



P1	
P2	

Examen de la convocatoria de septiembre  
Problemas

Apellidos:..... Nombre:.....

El peso de esta parte en la nota del examen es del 70 %.

**Problema 1** (5 puntos). A un nodo de comunicaciones con una interfaz de salida llegan paquetes de dos tipos de servicio diferentes ( $rt$  y  $nrt$ ). En ambos casos se establece que la longitud se puede modelar como una variable aleatoria exponencial negativa, de media 300 Bytes. Las tasas de llegadas son, por otra parte:  $\lambda_{rt} = 10$  paquetes por minuto y  $\lambda_{nrt} = 30$  paquetes por minuto (en ambos casos, la llegada de paquetes sigue un proceso de *Poisson*). El nodo de comunicaciones no dispone de ningún *buffer* para almacenar paquetes en espera.

- (a) [1 punto] Modelar el sistema con una cadena de *Markov* y calcular las probabilidades de pérdida para ambos tipos de paquetes, en función de la capacidad de la interfaz de salida del nodo de comunicaciones. Calcular la capacidad mínima para que la probabilidad de bloqueo de los paquetes  $rt$  sea menor del 20 %.
- (b) [1 punto] Se hace una modificación en el sistema, de manera que se otorgue mayor prioridad a los paquetes  $rt$ ; así, si al llegar un paquete  $rt$  se estuviera transmitiendo un paquete  $nrt$ , éste se descartaría, pasando aquel a la interfaz. Utilizando la capacidad calculada en el apartado anterior, ¿cuál es la probabilidad de que se rechace un paquete entrante de cada tipo?

**Sugerencia:** En este caso es recomendable que en los estados de la cadena se diferencie el tipo de paquete que está en la interfaz.

- (c) [1 punto] Utilizando la relación de *Little*, calcular el tiempo medio de permanencia para cada tipo de paquete en el sistema, comentando los resultados.

El nodo de comunicaciones se actualiza, de manera que se habilita un *buffer* con capacidad para mantener un paquete en espera, aunque se establece que únicamente los paquetes  $nrt$  pueden esperar.

- (d) [1 punto] Modelar de nuevo el sistema, utilizando una cadena de *Markov* y teniendo en cuenta la modificación del apartado (b) y que, en este caso, los paquetes  $nrt$  desplazados por los  $rt$  irían (si es posible) al *buffer* de espera, en lugar de ser rechazados directamente.

**Sugerencia:** En este caso es recomendable que en los estados de la cadena se diferencie el tipo de paquete que está en la interfaz.

- (e) [1 punto] Indicar, sin resolver numéricamente el sistema anterior, cuáles serían las probabilidades de rechazar paquetes entrantes de cada tipo.



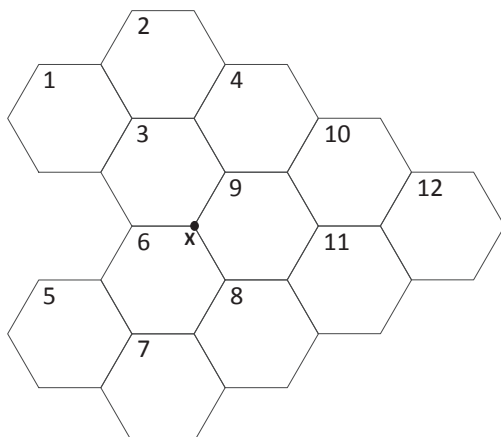
**Problema 2** (5 puntos). El operador de comunicaciones móviles **COSaif** quiere establecer una red celular en una zona rural, para lo que cuenta con antenas sectoriales ( $120^\circ$ ) con un alcance de  $R = 600\text{ m}$ . El terreno en el que tiene que establecer la red se modela con geometría hexagonal tal y como se muestra en la Figura (1); las antenas se situarían en los centros de cada célula y se utilizaría el patrón de radiación que se indica (Figura (2)).

- (a) [1 punto] ¿Cuál es la *CIR* que habría en el sistema, si se pretende utilizar un factor de reuso  $N = 4$  y se ha estimado que el exponente de pérdidas de propagación es  $\gamma = 3.1$ ? Para el cálculo de la interferencia co-canal, considerar que las antenas interferentes (sólo aquellas que están en la primera corona interferente) están a la distancia de reuso. Utilizar para el cálculo la celda más penalizada por la interferencia co-canal y considerar que las celdas [1, 2, 3, 4] pertenecen al mismo cluster.
- (b) [1 punto] Si el operador adquiere [36 + 36] canales (ascendentes/descendentes) para dar el servicio, ¿cuál es la densidad máxima de clientes que **COSaif** podría soportar si se estima que el tráfico generado por cada usuario es de  $\rho = 60\text{ mErlangs}$  y se pretende ofrecer un *GoS* del 98%?

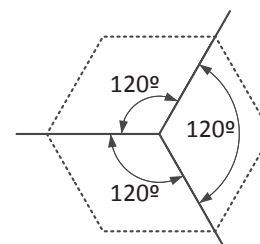
Tras la puesta en marcha del sistema, se construye un centro comercial en el área, coincidiendo con la cobertura de las celdas [3,4,6,8,9], en las que la densidad crece hasta  $\alpha = 46.6$  habitantes/km<sup>2</sup>. Los ingenieros de **COSaif** se plantean instalar una célula adicional para hacer frente a la nueva demanda. Para ello se haría uso de una antena omnidireccional, con un alcance de  $1.2\text{ km}$ , que situaría en el punto **X** de la figura. El operador determina que el tráfico generado en el área cubierta por la nueva celda sea atendido, inicialmente, por ella y, solo si estuviera ocupada, se ofrecería a los recursos de la red original.

- (c) [1 punto] Se estima que la instalación de la nueva infraestructura genera una interferencia adicional, que se estima en  $I_{\text{adicional}}\text{ (dB)} \approx 0.103k^2$ , donde  $k$  es el número de canales (únicamente descendentes) que se adquieren para la nueva estación base. Si la tecnología empleada requiere que la *CIR* sea superior a  $12\text{ dB}$ , ¿cuál es el número máximo de canales que **COSaif** podría utilizar en la nueva célula? Para determinar la rentabilidad de la inversión, calcular el grado de ocupación de cada uno de los canales contratados, asumiendo que la ocupación de los mismos es aleatoria.
- (d) [2 puntos] Determinar el *GoS* medio en el centro comercial, a partir de las probabilidades de bloqueo en las zonas correspondientes a las cinco celdas en las que se sitúa. Asumir independencia entre las ocupaciones de las dos infraestructuras de red, y que el tráfico desbordado sigue una distribución de Poisson.

Ayuda:  $A_{\text{hexágono}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}R^2$



**Figura (1)** Área de despliegue de la red



**Figura (2)** Patrón de radiación de las antenas sectoriales



Fórmula de Erlang-B: A de 0.1 a 5.0 *Erlangs*. S de 1 a 10

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.1	090909	004525	000151	000004						
0.2	166667	016393	001092	000055	000002					
0.3	230769	033457	003335	000250	000015	000001				
0.4	285714	054054	007156	000715	000057	000004				
0.5	333333	076923	012658	001580	000158	000013	000001			
0.6	375000	101124	019824	002965	000356	000036	000003			
0.7	411765	125964	028552	004972	000696	000081	000008	000001		
0.8	444444	150943	038694	007679	001227	000164	000019	000002		
0.9	473684	175705	050072	011141	002001	000300	000039	000004		
1.0	500000	200000	062500	015385	003067	000511	000073	000009	000001	
1.1	523810	223660	075793	020417	004472	000819	000129	000018	000002	
1.2	545455	246575	089776	026226	006255	001249	000214	000032	000004	000001
1.3	565217	268680	104286	032782	008451	001828	000339	000055	000008	000001
1.4	583333	289941	119180	040043	011088	002580	000516	000090	000014	000002
1.5	600000	310345	134328	047957	014183	003533	000757	000142	000024	000004
1.6	615385	329897	149620	056469	017749	004711	001076	000215	000038	000006
1.7	629630	348613	164960	065515	021790	006136	001488	000316	000060	000010
1.8	642857	366516	180267	075033	026302	007829	002009	000452	000090	000016
1.9	655172	383634	195474	084962	031276	009807	002655	000630	000133	000025
2.0	666667	400000	210526	095238	036697	012085	003441	000859	000191	000038
2.1	677419	415646	225378	105804	042547	014673	004383	001149	000268	000056
2.2	687500	430605	239993	116605	048802	017580	005495	001509	000369	000081
2.3	696970	444912	254343	127588	055437	020809	006791	001949	000498	000114
2.4	705882	458599	268406	138706	062423	024361	008283	002479	000661	000159
2.5	714286	471698	282167	149916	069731	028234	009983	003110	000863	000216
2.6	722222	484241	295614	161179	077331	032424	011900	003853	001112	000289
2.7	729730	496256	308738	172458	085194	036922	014041	004717	001413	000381
2.8	736842	507772	321537	183724	093288	041718	016413	005712	001774	000496
2.9	743590	518816	334009	194948	101584	046801	019020	006848	002202	000638
3.0	750000	529412	346154	206107	110054	052157	021864	008132	002703	000810
3.1	756098	539585	357975	217178	118671	057771	024946	009574	003287	001018
3.2	761905	549356	369475	228145	127409	063628	028265	011180	003959	001265
3.3	767442	558748	380660	238991	136244	069710	031818	012955	004728	001558
3.4	772727	567780	391536	249703	145152	076001	035601	014905	005599	001900
3.5	777778	576471	402110	260271	154112	082484	039608	017033	006581	002298
3.6	782609	584838	412389	270685	163105	089140	043834	019344	007678	002756
3.7	787234	592897	422379	280938	172113	095952	048270	021837	008898	003281
3.8	791667	600666	432090	291024	181119	102905	052907	024515	010245	003878
3.9	795918	608157	441529	300939	190108	109980	057737	027376	011724	004552
4.0	800000	615385	450704	310680	199067	117162	062749	030420	013340	005308
4.1	803922	622362	459623	320243	207983	124437	067933	033644	015095	006151
4.2	807692	629101	468295	329628	216846	131788	073278	037046	016994	007087
4.3	811321	635614	476726	338835	225645	139202	078774	040621	019038	008120
4.4	814815	641910	484926	347862	234373	146666	084408	044365	021229	009254
4.5	818182	648000	492901	356712	243021	154166	090170	048272	023567	010494
4.6	821429	653894	500658	365384	251583	161693	096050	052338	026054	011843
4.7	824561	659600	508206	373882	260053	169234	102035	056555	028687	013304
4.8	827586	665127	515552	382206	268427	176780	108115	060917	031467	014879
4.9	830508	670483	522701	390359	276700	184320	114279	065417	034391	016572
5.0	833333	675676	529661	398343	284868	191847	120519	070048	037458	018385

Fórmula de ErlangB: A de 5.2 a 10.0 *Erlangs*. S de 1 a 10

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5.2	838710	685598	543039	413817	300880	206829	133182	079671	044007	022371
5.4	843750	694948	555734	428650	316446	221670	146031	089726	051086	026846
5.6	848485	703770	567793	442869	331557	236322	158998	100152	058661	031805
5.8	852941	712108	579256	456499	346208	250750	172024	110888	066695	037242
6.0	857143	720000	590164	469565	360400	264922	185055	121876	075145	043142
6.2	861111	727479	600552	482095	374139	278817	198044	133062	083968	049484
6.4	864865	734577	610455	494113	387430	292415	210953	144394	093119	056244
6.6	868421	741321	619903	505645	400283	305705	223745	155826	102553	063394
6.8	871795	747736	628924	516715	412709	318679	236393	167315	112228	070904
7.0	875000	753846	637546	527345	424719	331330	248871	178822	122101	078741
7.2	878049	759672	645794	537557	436328	343657	261162	190313	132133	086871
7.4	880952	765232	653688	547373	447548	355660	273247	201758	142286	095262
7.6	883721	770544	661252	556812	458392	367341	285115	213131	152526	103878
7.8	886364	775625	668504	565893	468874	378703	296757	224408	162821	112689
8.0	888889	780488	675462	574635	479008	389752	308165	235570	173141	121661
8.2	891304	785147	682143	583054	488807	400493	319334	246600	183460	130766
8.4	893617	789615	688563	591166	498284	410932	330261	257485	193756	139974
8.6	895833	793903	694736	598987	507452	421078	340945	268212	204006	149259
8.8	897959	798021	700676	606530	516322	430936	351386	278772	214193	158596
9.0	900000	801980	706395	613809	524908	440516	361585	289158	224300	167963
9.2	901961	805788	711906	620836	533220	449825	371543	299364	234313	177339
9.4	903846	809454	717218	627625	541271	458872	381264	309385	244220	186705
9.6	905660	812985	722342	634185	549069	467663	390752	319219	254010	196044
9.8	907407	816389	727288	640528	556626	476208	400009	328864	263675	205341
10.0	909091	819672	732064	646663	563952	484515	409041	338318	273208	214582

