

P1	
P2	
P3	
P4	

Examen de la convocatoria extraordinaria  
 Problemas

**Apellidos:**..... **Nombre:**.....

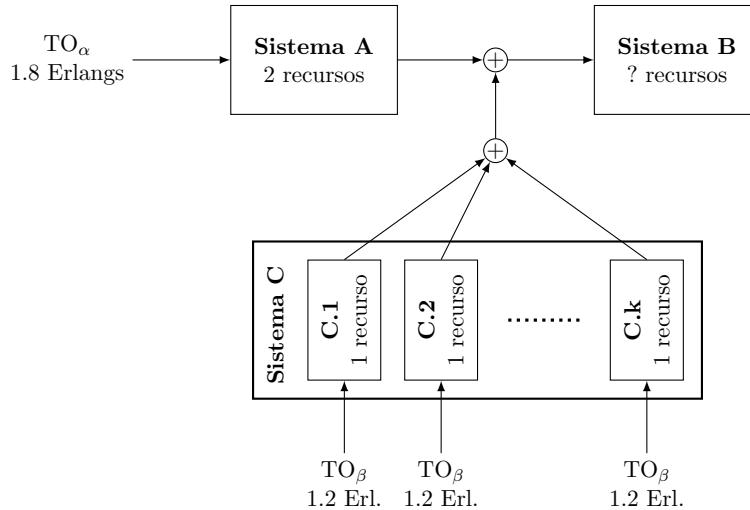
**Problema 1** (1.6 puntos). Un nodo CRAN con una capacidad de 5 Mbps recibe paquetes pertenecientes a dos tipos de servicios, según sendos procesos de Poisson, de tasas  $\lambda_1 = 400 \text{ s}^{-1}$  y  $\lambda_2 = 100 \text{ s}^{-1}$ . La longitud de los paquetes del primero de ellos se puede modelar con una variable aleatoria exponencial negativa, de media  $\ell = 800 \text{ Bytes}$ . Por su parte, la longitud de los paquetes del servicio 2 es constante, coincidiendo con la longitud media de los paquetes del servicio 1,  $\ell$  Bytes.

- (a) **[0.5 puntos]** En una primera configuración se pretende utilizar técnicas de virtualización para separar la capacidad del nodo para ambos servicios (en pasos de 100 kbps). Si se necesita que el retardo para las tramas del servicio 2 sea inferior a 4 ms, ¿cómo se tendría que repartir la capacidad? ¿Cuál sería el retardo para ambos servicios? ¿Y la ocupación del nodo?
- (b) **[0.5 puntos]** Calcular nuevamente el retardo para cada servicio y la ocupación del nodo, si la capacidad no se pudiera separar mediante virtualización.
- (c) **[0.6 puntos]** Manteniendo la configuración del apartado anterior (esto es, sin virtualización), se decide descartar paquetes del servicio 1 para reducir el retardo aún más, ya que los requisitos del servicio 2 son más exigentes que los inicialmente previstos. ¿Cuál debería ser la probabilidad de descarte, para conseguir que el retardo para los paquetes del servicio 2 no supere los 2.5 ms?

En un sistema MG1, la fórmula de Pollaczek-Khintchine se puede utilizar para calcular el tiempo medio de espera:  $T_Q = T_S \cdot \frac{\rho}{1-\rho} \cdot \frac{1+C(T_S)^2}{2}$

Al seleccionar aleatoriamente puntos de dos variables aleatorias,  $X$  e  $Y$ , se obtiene otra variable aleatoria  $Z$ , de manera que:  $E[Z^n] = w_1 E[X^n] + w_2 E[Y^n]$ , siendo  $w_1, w_2$  la probabilidad de seleccionar  $X$  o  $Y$ , respectivamente

**Problema 2** (1.9 puntos). Considerar el sistema que se muestra en la figura:



Inicialmente, se supone que el Sistema C contiene 5 módulos ( $k = 5$ ). Con dicha configuración, se pide contestar razonadamente las siguientes cuestiones:

- [0.5 puntos] ¿Cuántos recursos serán necesarios en el Sistema B, si se pretende que las probabilidades de pérdida para los tráficos  $\alpha$  y  $\beta$  sean inferiores al 4% y el 8%, respectivamente?
- [0.4 puntos] ¿Cuál sería la ocupación media (en minutos por hora) de cada tipo de recurso (sistemas A, B, C)?
- [0.5 puntos] Calcular la probabilidad de pérdida promedio, utilizando dos métodos de cálculo diferentes.

Finalmente se decide instalar 10 recursos en el Sistema B. Para establecer el valor de  $k$  que se puede emplear, se van situando módulos en el Sistema C, y se mide el valor medio y la varianza del tráfico ofrecido al Sistema B, con los resultados que se muestran en la Tabla:

Tráfico ofrecido al Sistema B para varios valores de  $k$

	5	6	7	8	9	10	11	12
$TO_B$ (Erlangs)	3.9325	4.5870	5.2415	5.8961	6.5506	7.2052	7.8597	8.5143
$V_B$ ( $Erlangs^2$ )	4.6936	5.4597	6.2258	6.9920	7.7581	8.5242	9.2903	10.0560
$VMR_B$ (Erlangs)	1.1936	1.1903	1.1878	1.1859	1.1843	1.1831	1.1820	1.1811

- [0.5 puntos] ¿Cuántos módulos podrían conectarse si se pretende mantener las probabilidades de pérdida anteriores: 4% y el 8%, para los tráficos  $\alpha$  y  $\beta$ , respectivamente? Establecer, para esa configuración, la probabilidad de pérdida final para cada tipo de tráfico.

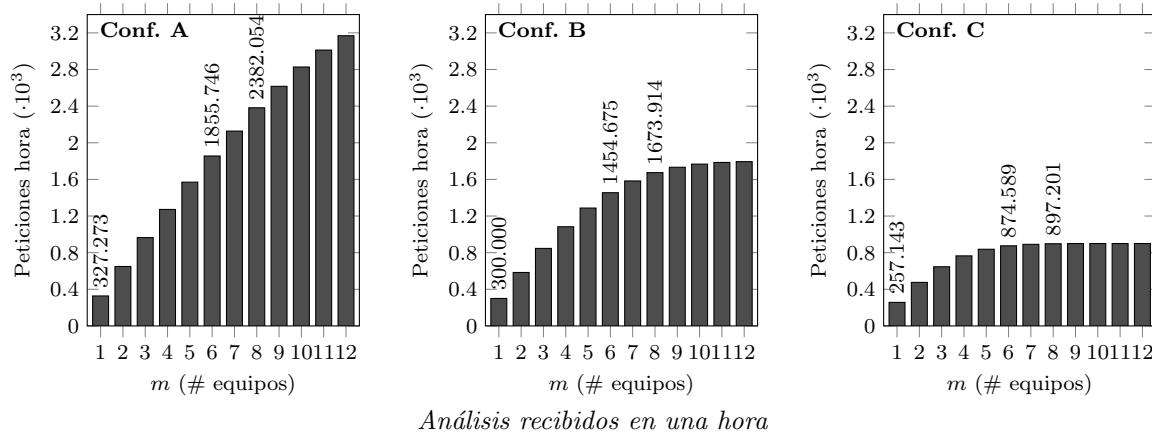
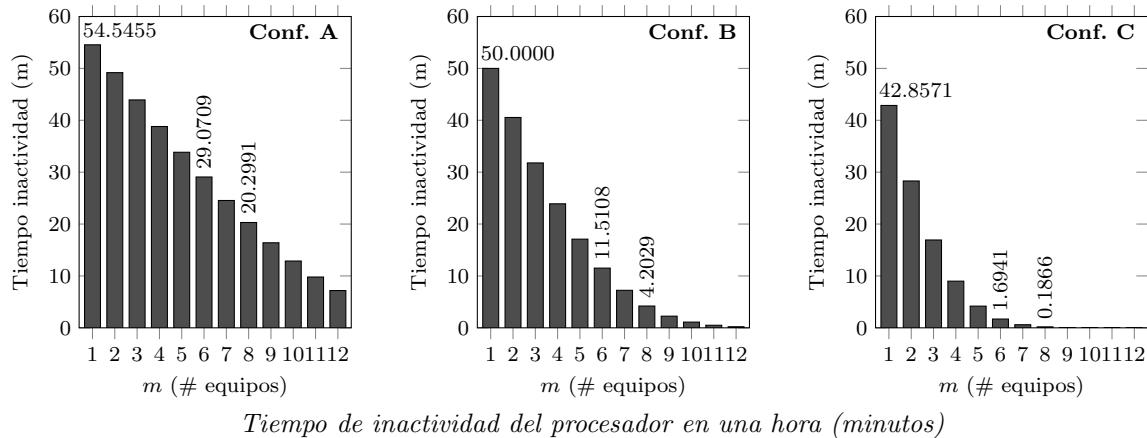
*Si no se dice explícitamente lo contrario, se pide dar siempre la solución más exacta posible.*

Fórmulas de Kosten para el tráfico de desbordamiento Siendo $A$ el tráfico ofrecido al primer grupo de $S$ circuitos
---

$E(A_d) = A_d = A \cdot EB(S, A)$	$V(A_d) = A_d \left[ 1 - A_d + \frac{A}{1 + S - A + A_d} \right]$
-----------------------------------	---

**Problema 3** (1.6 puntos). Un laboratorio de investigación decide utilizar una instancia de *aws* para llevar a cabo análisis utilizando técnicas de inteligencia artificial. Cuando se lanza una petición, hay que esperar a recibir sus resultados para enviar la siguiente. El sistema se dimensiona con un único procesador, y se contrata capacidad suficiente para mantener peticiones en espera.

Se ofrecen tres capacidades diferentes para el procesador, y se estima que cada investigador (*fuente libre*) genera 6 análisis por minuto. Para establecer la configuración adecuada del sistema, se hacen pruebas con las tres capacidades, y se van añadiendo investigadores (fuentes) al mismo. Se mide el tiempo (en minutos) que el procesador está inactivo en una hora de observación, así como las peticiones recibidas en el mismo periodo, obteniendo las gráficas que se muestran a continuación.

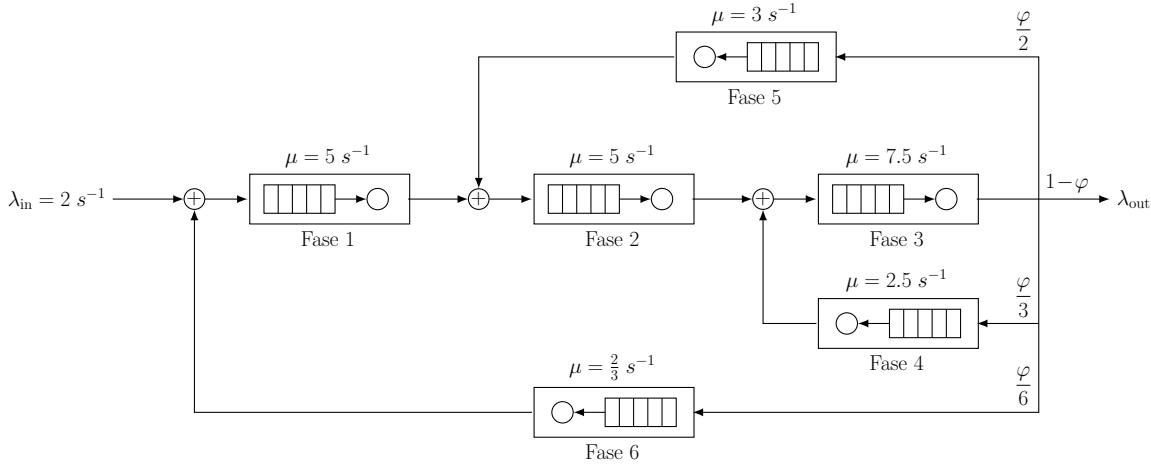


- (a) [0.3 puntos] ¿Cuál es el tiempo de procesado de cada configuración?
- (b) [0.4 puntos] Si se decide contratar la configuración intermedia, ¿cuál sería el tiempo medio de espera cuando se conectan 8 investigadores al sistema? ¿Cuál sería dicho tiempo para la configuración más rápida?
- (c) [0.4 puntos] El precio del servicio, para la configuración intermedia, es de 3.58 céntimos por minuto de utilización del procesador, y 6.1 céntimos por minuto de utilización del sistema de espera. ¿Cuál sería el precio de una hora de operación del sistema, en esta configuración, con 8 investigadores?
- (d) [0.5 puntos] En la configuración lenta, con 6 investigadores, ¿cuál es el número medio de investigadores que están esperando a recibir los resultados de un análisis? ¿Durante cuántos minutos estarían todos los investigadores esperando de manera simultánea?

En un sistema  $M/M/1/K+1/m$ , con  $m \leq K+1$ ,  $\bar{\lambda} = \mu(1-p_0)$ . Además,  $p_i = \frac{\frac{m!}{(m-i)!} a^i}{\sum_{k=0}^m \frac{m!}{(m-k)!} a^k}$

**Problema 4** (1.9 puntos). Considerar el sistema de la Figura, en la que  $\varphi = 0.6$ .

Se trata de un sistema de análisis que realiza tres operaciones (Fases 1, 2, 3) con los datos de entrada. Si el procesado es correcto, lo que sucede con probabilidad  $1 - \varphi$ , se devuelve el resultado. En caso contrario, el análisis tendría que volver hacia atrás, pasando además por módulos correctivos.



- [0.4 puntos] Modelar el sistema como una Red de Jackson Abierta y establecer las matrices de flujo y transición. ¿Cuál es la tasa de entrada a cada uno de los nodos? ¿Cuál es la matriz de encaminamiento que representa el sistema?
- [0.3 puntos] ¿Cuánto tiempo estaría cada uno de los nodos activo en una hora de observación? ¿Y los 6 nodos de manera simultánea?
- [0.4 puntos] ¿Cuánto tiempo tardaría una petición en atravesar el sistema? ¿Cuánto sería ese tiempo para un análisis que no concluyera correctamente tras la primera ejecución de las Fases 1, 2 y 3?
- [0.4 puntos] ¿Cuál es el máximo valor de  $\lambda_{in}$  que admitiría el sistema? Para  $\lambda_{in} = 2 s^{-1}$ , ¿cuál es el valor de  $\varphi$  más alto que podría admitir el sistema?
- [0.4 puntos] Para la configuración inicial del sistema, ¿cuánto tiempo, en media, invertiría un análisis en un ciclo de corrección? *Pista: la media de una variable aleatoria geométrica, de parámetro  $p$ , es  $\frac{p}{1-p}$ .*

Fórmula de Erlang-B: A de 0.1 a 5.0 *Erlangs*. S de 1 a 12

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
0.1	09091	00452	00015									
0.2	16667	01639	00109	00005								
0.3	23077	03346	00333	00025	00002							
0.4	28571	05405	00716	00072	00006							
0.5	33333	07692	01266	00158	00016	00001						
0.6	37500	10112	01982	00296	00036	00004						
0.7	41176	12596	02855	00497	00070	00008	00001					
0.8	44444	15094	03869	00768	00123	00016	00002					
0.9	47368	17570	05007	01114	00200	00030	00004					
1.0	50000	20000	06250	01538	00307	00051	00007	00001				
1.1	52381	22366	07579	02042	00447	00082	00013	00002				
1.2	54545	24658	08978	02623	00625	00125	00021	00003				
1.3	56522	26868	10429	03278	00845	00183	00034	00006	00001			
1.4	58333	28994	11918	04004	01109	00258	00052	00009	00001			
1.5	60000	31034	13433	04796	01418	00353	00076	00014	00002			
1.6	61538	32990	14962	05647	01775	00471	00108	00022	00004	00001		
1.7	62963	34861	16496	06551	02179	00614	00149	00032	00006	00001		
1.8	64286	36652	18027	07503	02630	00783	00201	00045	00009	00002		
1.9	65517	38363	19547	08496	03128	00981	00265	00063	00013	00003		
2.0	66667	40000	21053	09524	03670	01208	00344	00086	00019	00004	00001	
2.1	67742	41565	22538	10580	04255	01467	00438	00115	00027	00006	00001	
2.2	68750	43060	23999	11660	04880	01758	00549	00151	00037	00008	00002	
2.3	69697	44491	25434	12759	05544	02081	00679	00195	00050	00011	00002	
2.4	70588	45860	26841	13871	06242	02436	00828	00248	00066	00016	00003	00001
2.5	71429	47170	28217	14992	06973	02823	00998	00311	00086	00022	00005	00001
2.6	72222	48424	29561	16118	07733	03242	01190	00385	00111	00029	00007	00001
2.7	72973	49626	30874	17246	08519	03692	01404	00472	00141	00038	00009	00002
2.8	73684	50777	32154	18372	09329	04172	01641	00571	00177	00050	00013	00003
2.9	74359	51882	33401	19495	10158	04680	01902	00685	00220	00064	00017	00004
3.0	75000	52941	34615	20611	11005	05216	02186	00813	00270	00081	00022	00006
3.1	75610	53958	35797	21718	11867	05777	02495	00957	00329	00102	00029	00007
3.2	76190	54936	36948	22814	12741	06363	02826	01118	00396	00127	00037	00010
3.3	76744	55875	38066	23899	13624	06971	03182	01295	00473	00156	00047	00013
3.4	77273	56778	39154	24970	14515	07600	03560	01490	00560	00190	00059	00017
3.5	77778	57647	40211	26027	15411	08248	03961	01703	00658	00230	00073	00021
3.6	78261	58484	41239	27069	16311	08914	04383	01934	00768	00276	00090	00027
3.7	78723	59290	42238	28094	17211	09595	04827	02184	00890	00328	00110	00034
3.8	79167	60067	43209	29102	18112	10290	05291	02451	01024	00388	00134	00042
3.9	79592	60816	44153	30094	19011	10998	05774	02738	01172	00455	00161	00052
4.0	80000	61538	45070	31068	19907	11716	06275	03042	01334	00531	00193	00064
4.1	80392	62236	45962	32024	20798	12444	06793	03364	01510	00615	00229	00078
4.2	80769	62910	46829	32963	21685	13179	07328	03705	01699	00709	00270	00094
4.3	81132	63561	47673	33883	22565	13920	07877	04062	01904	00812	00316	00113
4.4	81481	64191	48493	34786	23437	14667	08441	04436	02123	00925	00369	00135
4.5	81818	64800	49290	35671	24302	15417	09017	04827	02357	01049	00427	00160
4.6	82143	65389	50066	36538	25158	16169	09605	05234	02605	01184	00493	00189
4.7	82456	65960	50821	37388	26005	16923	10203	05656	02869	01330	00565	00221
4.8	82759	66513	51555	38221	26843	17678	10811	06092	03147	01488	00645	00257
4.9	83051	67048	52270	39036	27670	18432	11428	06542	03439	01657	00733	00298
5.0	83333	67568	52966	39834	28487	19185	12052	07005	03746	01838	00829	00344

Fórmula de Erlang-B: A de 5.1 a 10.0 *Erlangs*. S de 1 a 12

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
5.1	83607	68071	53644	40616	29293	19935	12682	07480	04066	02032	00933	00395
5.2	83871	68560	54304	41382	30088	20683	13318	07967	04401	02237	01046	00451
5.3	84127	69034	54947	42131	30872	21427	13959	08465	04748	02455	01169	00514
5.4	84375	69495	55573	42865	31645	22167	14603	08973	05109	02685	01301	00582
5.5	84615	69942	56184	43583	32406	22902	15250	09490	05481	02927	01442	00657
5.6	84848	70377	56779	44287	33156	23632	15900	10015	05866	03181	01593	00738
5.7	85075	70800	57360	44976	33894	24357	16551	10548	06262	03447	01755	00827
5.8	85294	71211	57926	45650	34621	25075	17202	11089	06669	03724	01926	00922
5.9	85507	71611	58478	46310	35336	25787	17854	11635	07087	04014	02107	01025
6.0	85714	72000	59016	46957	36040	26492	18505	12188	07514	04314	02299	01136
6.1	85915	72379	59542	47590	36733	27191	19156	12745	07951	04626	02501	01255
6.2	86111	72748	60055	48210	37414	27882	19804	13306	08397	04948	02713	01383
6.3	86301	73107	60556	48817	38084	28565	20451	13871	08850	05281	02936	01518
6.4	86486	73458	61045	49411	38743	29242	21095	14439	09312	05624	03169	01662
6.5	86667	73799	61523	49994	39391	29910	21737	15010	09780	05977	03412	01814
6.6	86842	74132	61990	50565	40028	30571	22375	15583	10255	06339	03664	01976
6.7	87013	74457	62447	51124	40655	31223	23009	16157	10736	06711	03927	02145
6.8	87179	74774	62892	51671	41271	31868	23639	16731	11223	07090	04199	02324
6.9	87342	75083	63328	52208	41877	32504	24265	17307	11714	07478	04481	02512
7.0	87500	75385	63755	52734	42472	33133	24887	17882	12210	07874	04772	02708
7.1	87654	75679	64172	53250	43057	33753	25504	18457	12710	08277	05072	02913
7.2	87805	75967	64579	53756	43633	34366	26116	19031	13213	08687	05380	03127
7.3	87952	76248	64978	54251	44199	34970	26723	19604	13720	09104	05697	03350
7.4	88095	76523	65369	54737	44755	35566	27325	20176	14229	09526	06023	03581
7.5	88235	76792	65751	55214	45302	36154	27921	20746	14740	09954	06356	03821
7.6	88372	77054	66125	55681	45839	36734	28512	21313	15253	10388	06696	04069
7.7	88506	77311	66492	56140	46368	37306	29097	21878	15767	10826	07044	04325
7.8	88636	77562	66850	56589	46887	37870	29676	22441	16282	11269	07399	04589
7.9	88764	77808	67202	57031	47398	38427	30249	23000	16798	11716	07761	04861
8.0	88889	78049	67546	57464	47901	38975	30816	23557	17314	12166	08129	05141
8.1	89011	78284	67884	57888	48395	39516	31378	24110	17830	12620	08503	05428
8.2	89130	78515	68214	58305	48881	40049	31933	24660	18346	13077	08882	05722
8.3	89247	78740	68538	58715	49359	40575	32483	25206	18861	13536	09267	06024
8.4	89362	78962	68856	59117	49828	41093	33026	25748	19376	13997	09657	06332
8.5	89474	79178	69168	59511	50291	41604	33563	26287	19889	14461	10051	06646
8.6	89583	79390	69474	59899	50745	42108	34094	26821	20401	14926	10450	06967
8.7	89691	79598	69773	60279	51192	42604	34620	27351	20911	15392	10853	07294
8.8	89796	79802	70068	60653	51632	43094	35139	27877	21419	15860	11259	07627
8.9	89899	80002	70356	61020	52065	43576	35652	28399	21926	16328	11669	07965
9.0	90000	80198	70640	61381	52491	44052	36158	28916	22430	16796	12082	08309
9.1	90099	80390	70918	61735	52910	44520	36659	29428	22932	17265	12498	08657
9.2	90196	80579	71191	62084	53322	44983	37154	29936	23431	17734	12916	09010
9.3	90291	80764	71459	62426	53728	45438	37643	30440	23928	18202	13337	09368
9.4	90385	80945	71722	62762	54127	45887	38126	30939	24422	18671	13760	09730
9.5	90476	81124	71980	63093	54520	46330	38604	31433	24913	19138	14184	10095
9.6	90566	81299	72234	63418	54907	46766	39075	31922	25401	19604	14610	10465
9.7	90654	81470	72484	63738	55288	47197	39541	32407	25886	20070	15037	10837
9.8	90741	81639	72729	64053	55663	47621	40001	32886	26368	20534	15465	11213
9.9	90826	81805	72970	64362	56032	48039	40455	33362	26846	20997	15894	11592
10.0	90909	81967	73206	64666	56395	48451	40904	33832	27321	21458	16323	11974