Diseño y Operación de Redes Telemáticas

Tema 1 - Análisis de Técnicas de Acceso al Medio

Ramón Agüero

Luis Francisco Diez

diezlf@unican.es

Índice

Protocolos de acceso múltiple

- Protocolos que **regulan** la transmisión por parte de los nodos al medio **compartido**
- *Channel Allocation Problem* ¿Cómo repartir un único medio compartido entre los usuarios que *compiten* por hacer uso del mismo?
- División de los protocolos de acceso al medio
  - Repartición estática
  - Por contienda: protocolos aleatorios
  - Repartición dinámica

Repartición estática

- Solución clásica: si hay $\mathcal{N}$ usuarios, se dividen los recursos (ancho de banda, tiempo, ...) totales entre $\mathcal{N}$
  - Utilizado en los sistemas de telefonía clásicos: FDMA o TDMA
  - Difusión de radio analógica
- Inconvenientes
  - Con $\mathcal{N}$ bajo se desaprovechan los recursos del sistema
  - Si $\mathcal{N}$ es alto (y no todos los usuarios *hablan a la vez*), algunos nodos no podrán acceder al servicio
  - Solución ineficiente para tráfico a ráfagas

Repartición estática

- Se asume que un canal se puede modelar como un sistema $M/M/1$ con parámetros λ y μ, en el que todos los usuarios acceden a todos los recursos utilizando un único *buffer* de espera
- El tiempo total necesario para atravesar el canal se puede calcular como sigue

$$T_t = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

Repartición estática

- Ahora se divide el canal en $\mathcal{N}$ sub-canales, cada uno de ellos con capacidad $C^{\dagger} = \frac{C}{\mathcal{N}}$
- La tasa de llegada se reparte de manera equitativa, de manera que $\lambda^{\dagger} = \frac{\lambda}{\mathcal{N}}$
- El tiempo de servicio es $\mathcal{N}$ veces mayor, con lo que $\mu^{\dagger} = \frac{\mu}{\mathcal{N}}$
- Con lo que el tiempo necesario para atravesar el canal será

$$T_t^{\dagger} = \frac{1}{\frac{\mu}{\mathcal{N}} - \frac{\lambda}{\mathcal{N}}} = \frac{\mathcal{N}}{\mu - \lambda} = \mathcal{N} T_t$$

Protocolos aleatorios: evolución

- El protocolo *Aloha* fue propuesto en el año 1970
- El *Carrier Sense Multiple Access* (CSMA) ha sido la base de las tecnologías de redes de área local más habituales
  - CSMA con detección de colisión (CSMA/CD): en redes Ethernet (IEEE 802.3), hasta la llegada de la Ethernet conmutada
  - CSMA evitando colisión (CSMA/CA): protocolo de acceso al medio básico en redes IEEE 802.11 (WiFi)

Protocolos aleatorios: planteamiento problema

- Tráfico independiente
  - Las estaciones generan tráfico de manera independiente entre ellas
  - Una vez que se ha generado una trama, la estación se bloquea hasta que se haya transmitido completamente
  - Proceso de Poisson: en ocasiones no muy realista
- Canal único
- Tiempo continuo o ranurado (*slotted*)
  - Cuando el tiempo se ranura (*discretiza*) la eficiencia suele ser mayor pero requiere asegurar la sincronía de todas las estaciones

Protocolos aleatorios: planteamiento problema

- Colisiones que se pueden **observar**
  - Cuando dos estaciones transmiten simultáneamente se produce una colisión, en la que las transmisiones fallan
  - Se asume que las estaciones tienen capacidad de detectar una colisión: tecnologías cableadas o inalámbricas
- Sensado de portadora
  - Capacidad de detectar actividad en el canal antes de proceder a la transmisión

Índice

Protocolo Aloha

- Propuesto por *Norman Abramson* en 1970[§] para interconectar usuarios en islas con el computador central en Honolulu
- Se trata de un esquema sencillo, aplicado sobre una red inalámbrica, pero que se ha utilizado de manera amplia posteriormente, tanto para analizar otros protocolos de acceso como en sistemas reales
  - Se utiliza en el *Random Access Channel* (RACH) de las tecnologías de acceso celuar: GSM, UMTS, LTE, 5G (MTC, IoT),
  - Tecnologías *Low Power Wide Area Network* (LPWAN) como LoRa
  - Sistemas de acceso por cable, RFID
- Se distingue entre el modo *puro* y el *ranurado*

[§] Norman Abramson. "THE ALOHA SYSTEM: Another Alternative for Computer Communications". En: *Proceedings of the November 17-19, 1970, Fall Joint Computer Conference*. AFIPS '70 (Fall). Houston, Texas: ACM, 1970, págs. 281-285. DOI: 10.1145/1478462.1478502. URL: http://doi.acm.org/10.1145/1478462.1478502

Aloha puro

- Un usuario transmite cuanto tiene datos para ser enviados
- La estación central retransmite el mismo paquete a todos los usuarios cuando lo haya recibido: esquema de reconocimiento y detección de colisiones
  - En el cálculo de la eficiencia se asume que esta confirmación es **inmediata**
- Si se produce una colisión se espera un tiempo aleatorio y se vuelve a transmitir la trama
  - Si no se realizara de manera aleatoria se bloquearía el sistema
  - Se puede 'modelar' a través de una probabilidad p, que determina si una trama que haya colisionado se retransmite o no; si no se retransmite, se esperaría el tiempo de trama para volver a repetir el proceso

Aloha puro: eficiencia

- Suposiciones
  - Se asume que hay ∞ estaciones
  - El tiempo de transmisión de cada trama es el mismo para todas las estaciones, T
- El tráfico generado por las estaciones sigue un proceso de *Poisson*, con tasa λ tramas por unidad de tiempo
  - Como hay que tener en cuenta las retransmisiones el tráfico **real** generado será g, con $g \geq \lambda$
  - Se asume que dicho tráfico también se distribuye según un proceso de *Poisson*
- Se define el rendimiento (*throughput*) como la fracción del tiempo en el que el canal se utiliza para transportar información útil

Aloha puro: eficiencia

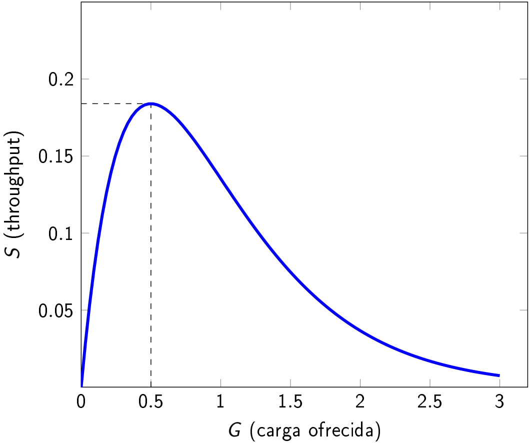
- Consideramos un paquete transmitido en un tiempo arbitrario t
- Dicha transmisión se recibirá correctamente si no se produce ninguna otra en el intervalo dado por $t - T, t + T$, siendo este conocido como intervalo de vulnerabilidad
- La probabilidad de que una trama (ya sea nueva o una retransmisión) se reciba correctamente coincide con la probabilidad de que haya 0 transmisiones en dicho intervalo

$$P_{\text{éxito}} = P\{0 \text{ transmisiones en } 2T\} = e^{-2gT}$$

- Con lo que el *throughput* se calculará como $S = gTe^{-2gT}$
- Definiendo $G = gT$, se llega finalmente a $S = Ge^{-2G}$
  - G sería la tasa en paquetes por tiempo de transmisión por trama o, alternativamente, la tasa cuando se normaliza el tiempo de transmisión a la unidad ($T = 1$)

Aloha puro: eficiencia

- El rendimiento es muy bajo, $S_{\mathrm{max}} \approx 18\,\%$



Aloha ranurado

- Propuesto por Roberts[§], se basa en dividir el tiempo en ranuras de tamaño igual al tiempo de transmisión por trama, T
- Las tramas (ya sean nuevas o retransmisiones) solo pueden transmitirse al comienzo de un slot o ranura
- La probabilidad de que una trama se reciba correctamente es la de que no haya ninguna transmisión en una ranura

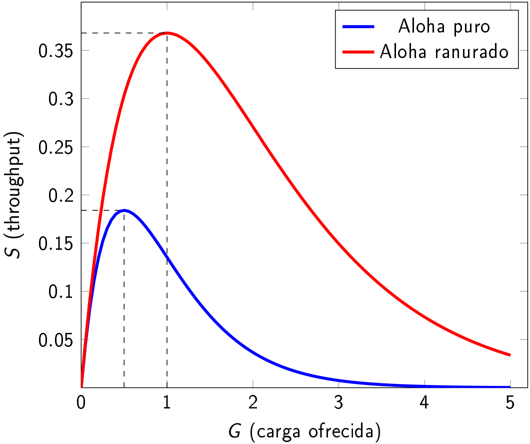
$$P_{\text{éxito}} = P\{0 \text{ transmisiones en } T\} = e^{-gT}$$

- Con lo que el *throughput* se calculará ($G = gT$) como $S = Ge^{-G}$
- El número medio de transmisiones necesarias para que una trama llegue correctamente es e^{G}: rápida degradación con la carga en el sistema

[§] Lawrence G. Roberts. "ALOHA Packet System with and Without Slots and Capture". En: *SIGCOMM Comput. Commun. Rev.* 5.2 (abr. de 1975), págs. 28-42. ISSN: 0146-4833. DOI: 10.1145/1024916.1024920. URL: http://doi.acm.org/10.1145/1024916.1024920

Aloha ranurado: eficiencia

- El rendimiento sigue siendo bajo, pero es el doble que el del Aloha puro, $S_{\max} \approx 36\,\%$



Aloha ranurado: cálculo alternativo rendimiento

- Se divide en tiempo en periodos libres (*idle*) y ocupados (*busy*)
- Se definen dos variable aleatorias: $\mathcal{I}$ - ranuras en un periodo libre y $\mathcal{B}$ - ranuras en un periodo ocupado

$$\overline{\mathcal{I}} = \frac{1}{1 - e^{-gT}} \qquad \overline{\mathcal{B}} = \frac{1}{e^{-gT}}$$

- Se define la variable aleatoria $\mathcal{U}$ como el número de ranuras con éxito en un ciclo
- La probabilidad de que una transmisión en el periodo *ocupado* sea exitosa se puede calcular como $q = \frac{gTe^{-gT}}{1-e^{-gT}}$
- Se puede definir una variable aleatoria binomial, teniendo en cuenta las $\overline{\mathcal{B}}$ ranuras en un periodo ocupado: $B\left(\overline{\mathcal{B}}, q\right)$
- Finalmente, se calcula el *throughput* como la fracción de ranuras con éxito en un ciclo completo: $S = \frac{\overline{\mathcal{U}}}{\overline{\mathcal{I}}+\overline{\mathcal{B}}}$

Aloha ranurado con efecto captura

- Se asume que hay dos tipos de terminales, cada uno de ellos generando un tráfico total G_H y G_L, respectivamente
- Los terminales del primer grupo transmiten a una mayor potencia, por lo que el receptor sería capaz de recibir su trama, a pesar de que hubiera simultáneamente una transmisión de una trama desde una estación del segundo grupo: **captura**
- En este caso el rendimiento máximo se da para $G_H = 1 - e^{-1}$, $G_L = 1$

$$S_{\max} = e^{-\left(1-\frac{1}{e}\right)} \approx 0.53$$

Aloha ranurado con ACK

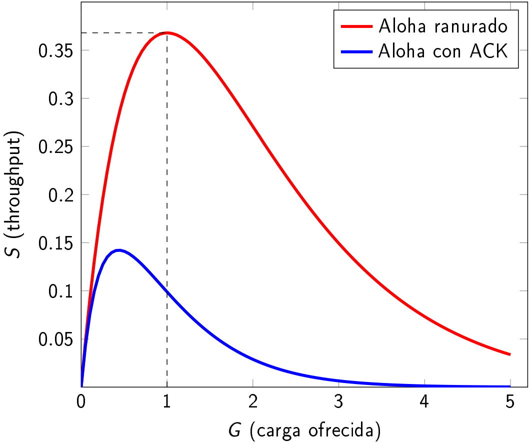
- En este caso se asume que la estación receptora confirma con un reconocimiento, con una duración de una ranura
- Si un reconocimiento colisionara con otra trama, implicaría la retransmisión de aquella que se recibió correctamente
- Se puede demostrar[§] que el rendimiento de este sistema viene dado por la siguiente expresión

$$S = \frac{Ge^{-2G}}{1 + Ge^{-G}}$$

[§] F. Tobagi y L. Kleinrock. "The Effect of Acknowledgment Traffic on the Capacity of Packet-Switched Radio Channels". En: *IEEE Transactions on Communications* 26.6 (jun. de 1978), págs. 815-826. ISSN: 0090-6778. DOI: 10.1109/TCOM.1978.1094159

Aloha ranurado con ACK

- Se produce una pérdida apreciable de rendimiento



Aloha ranurado con fuentes finitas

- Se tienen M usuarios que transmiten paquetes de la misma longitud (tiempo de transmisión T) en un sistema Aloha ranurado
- Cada terminal puede estar en dos estados diferentes: *thinking* y *backlogged*
  - En el estado *thinking* una estación no tiene ningún paquete en espera y transmitirá en una ranura con probabilidad σ
  - En es estado *backlogged* una estación tiene en su *buffer* una trama para ser transmitida, lo que hará (en una ranura) con probabilidad ϕ

§ S. Lam y L. Kleinrock. "Packet Switching in a Multiaccess Broadcast Channel: Dynamic Control Procedures". En: *IEEE Transactions on Communications* 23.9 (sep. de 1975), págs. 891-904. ISSN: 0090-6778. DOI: 10.1109/TCOM.1975.1092917

Aloha ranurado con fuentes finitas

- Se puede plantear una cadena de *Markov* con M estados, en el que el estado n se corresponde con aquel en el que el sistema tiene n usuarios *backlogged*
- Se definen las siguientes probabilidades

$$P\{p \text{ usuarios } \textit{backlogged} \text{ transmiten } | n \text{ en } \textit{backlogged}\} = $$
$$= \binom{n}{p} \phi^p (1-\phi)^{n-p}$$

$$P\{q \text{ usuarios } \textit{thinking} \text{ transmiten } | n \text{ en } \textit{backlogged}\} = $$
$$= \binom{M-n}{q} \sigma^q (1-\sigma)^{M-n-q}$$

Aloha ranurado con fuentes finitas

- Se define p_{ij} como la probabilidad de transición entre los estados i y j

$$p_{ij} = \begin{cases} 0 & j < i-1 \\ i\phi\left(1-\phi\right)^{i-1}\left(1-\sigma\right)^{M-i} & j = i-1 \\ \left[1 - i\phi\left(1-\phi\right)^{i-1}\right]\left(1-\sigma\right)^{M-i} + & \\ \qquad + \left[\left(M-i\right)\sigma\left(1-\sigma\right)^{M-i-1}\right]\left(1-\phi\right)^{i} & j = i \\ \left[\left(M-i\right)\sigma\left(1-\sigma\right)^{M-i-1}\right]\left[1-\left(1-\phi\right)^{i}\right] & j = i+1 \\ \binom{M-i}{j-i}\sigma^{j-i}\left(1-\sigma\right)^{M-j} & j > i+1 \end{cases}$$

- A partir de dichas ecuaciones se puede calcular las probabilidades de todos los estados $\overline{\pi} = [\pi_0 \; \pi_1 \; \ldots \; \pi_M]$

GRUPO DE INGENIERÍA TELEMÁTICA

Aloha ranurado con fuentes finitas: *throughput*

- Se define el *throughput* como la fracción de ranuras con una única transmisión: $S = P_{\text{éxito}}$
- La probabilidad de éxito será diferente para cada uno de los estados

$$P_{\text{éxito}}^{(i)} = (1-\phi)^i (M-i)\,\sigma\,(1-\sigma)^{M-i-1} + i\phi\,(1-\phi)^{i-1}(1-\sigma)^{M-i}$$

- Con lo que el *throughput* final se puede calcular como el valor medio de dicha probabilidad

$$S = \mathrm{E}\left[P_{\text{éxito}}^{(i)}\right] = \sum_{i=0}^{M} P_{\text{éxito}}^{(i)} \pi_i$$

Aloha ranurado con fuentes finitas: *throughput*

- Se considera el caso especial en el que $\phi = \sigma$

$$P_{\text{éxito}}^{(i)} = M\sigma\left(1-\sigma\right)^{M-1} = P_{\text{éxito}}$$

- Como no depende del estado (i), se puede decir que el *throughput* del sistema es

$$S = P_{\text{éxito}} = M\sigma\left(1-\sigma\right)^{M-1}$$

- Si se asume que la carga total G se puede calcular como $M\sigma$, la expresión anterior se puede expresar como sigue

$$S = G\left(1-\frac{G}{M}\right)^{M-1}$$

- Notar que...

$$\lim_{M\to\infty} S = Ge^{-G}$$

GRUPO DE INGENIERÍA TELEMÁTICA

Aloha ranurado fuentes finitas: retardo

- La tasa a la que se generan **nuevos** paquetes en un estado i viene dada por $(M-i)\,\sigma$, por lo que se puede calcular su valor medio como

$$S = \mathrm{E}\left[(M-i)\,\sigma\right] = \sum (M-i)\,\sigma\pi_i = \left(M-\overline{N}\right)\sigma$$

siendo $\overline{N}$ el número medio de usuarios en *backlogged*

- Definimos b como la tasa a la que los paquetes entran en *backlogged*, como S es la tasa de paquetes que *abandonan* el sistema,
  - La probabilidad de no entrar en *backlogged* es $\frac{S-b}{S}$
  - La probabilidad de entrar en *backlogged* es $\frac{b}{S}$

Aloha ranurado fuentes finitas: retardo

- Con todo lo anterior el retardo medio se puede calcular como

$$\overline{D} = \frac{S-b}{S} \cdot 1 + \frac{b}{S}\left(\frac{\overline{N}}{b} + 1\right) = 1 - \frac{1}{\sigma} + \frac{M}{S}$$

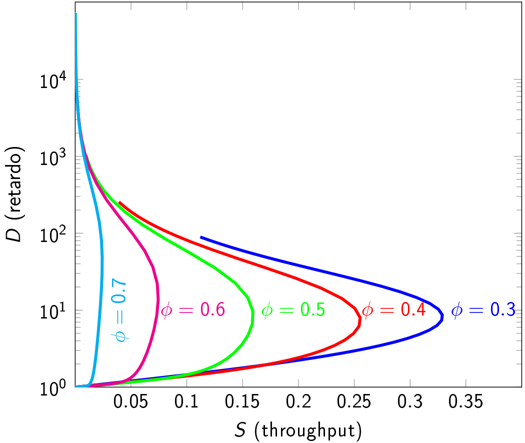
- Si analizamos el caso especial $\sigma = \phi$

$$\overline{D} = 1 + \frac{1-(1-\sigma)^{M-1}}{\sigma(1-\sigma)^{M-1}}$$

  - $\lim_{\sigma \to 0} \overline{D} = M$
  - Cuando $M\sigma = k$, el retardo crece con M

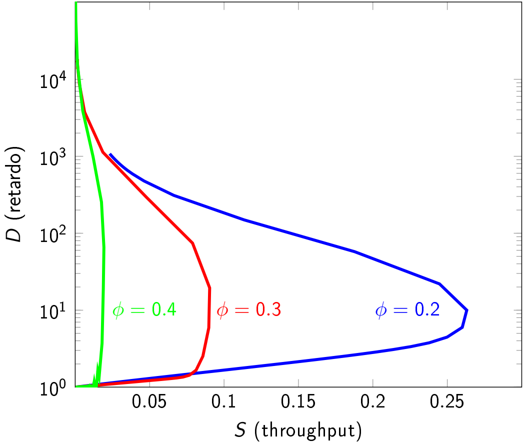
Aloha ranurado fuentes finitas: retardo

- *Throughput* Vs. retardo para $M = 10$



Aloha ranurado fuentes finitas: retardo

- Throughput Vs. retardo para $M = 25$



Aloha ranurado fuentes finitas: efecto captura

- Se asume que la probabilidad de retransmisión ϕ es muy pequeña, con lo que $M\phi \ll 1$
- Es muy probable que la mayoría de los usuarios acaben en el estado *backlogged*; se reduce la cadena a los estados π_{M-1} y π_M

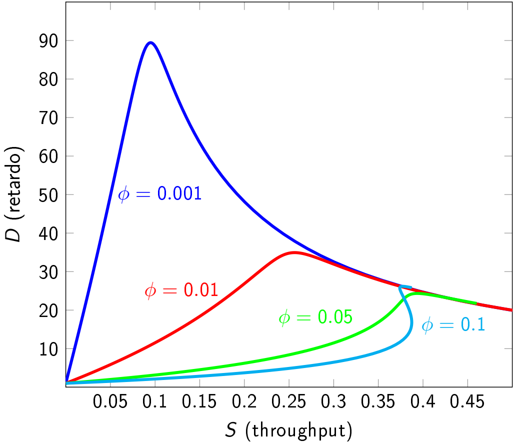
$$\pi_{M-1} = \frac{M}{M + (M-1)\,\sigma} \quad \pi_M = \frac{(M-1)\,\sigma}{M + (M-1)\,\sigma}$$

- Se obtienen los siguientes valores para el *throughput* y el retardo

$$S \approx \frac{M\sigma}{M + (M-1)\,\sigma} \quad \overline{D} = M + \frac{M-1}{\sigma}$$

Aloha ranurado fuentes finitas: efecto captura

- *throughput* Vs. retardo para $M = 10$



Estabilidad de los protocolos Aloha

- Hasta ahora se ha asumido que los sistemas analizados son estables: la tasa de salida de paquetes es igual a la de entrada
- Intuitivamente se puede ver que no es así, aunque la demostración conllevaría analizar la no ergodicidad de la cadena de *Markov* equivalente
- También se han propuesto procedimientos para asegurar la estabilidad del protocolo, por ejemplo modificando la probabilidad de retransmitir en función del estado en el que se encuentre el sistema

Índice

Protocolos de acceso basados en CSMA

- La evolución natural del protocolo Aloha es la familia de protocolos CSMA (*Carrier Sense Multiple Access*)
- Una estación **escucha** el medio antes de transmitir de manera que, cuando está ocupado, no transmite la trama
- En función de la reacción de la estación al detectar el canal ocupado se pueden dar diferentes esquemas
  - CSMA No-persistente: cuando la estación detecta el canal ocupado, programa la transmisión para que tenga lugar en el futuro (de manera aleatoria)
  - CSMA 1-persistente: la estación permanece a la escucha, transmitiendo la trama en el momento en que se libere
  - CSMA p-persistente: solución intermedia, en la que la estación permanece a la escucha para transmitir la trama al liberarse el canal con probabilidad p

CSMA no-persistente

- Se asume una población infinita que inyecta paquetes en el canal según un proceso de *Poisson* con una tasa g paquetes por segundo (incluyendo las retransmisiones)
- Todos los paquetes tiene la misma longitud y su tiempo de transmisión es T
- El retardo de propagación máximo en el sistema es τ, y se define la propagación normalizada como $a = \frac{\tau}{T}$
- Se define el periodo de vulnerabilidad como aquel en el que se podrían producir colisiones: si una estación comienza un transmisión en t_0, se podría producir una colisión dentro del intervalo $[t_0, t_0 + \tau]$

CSMA no-persistente: *throughput*

- Se divide el tiempo en ciclos, con periodos *busy* e *idle*, para calcular el throughput como el cociente entre el tiempo útil (valor medio) y la duración promedio de un ciclo

$$S = \frac{\overline{U}}{\overline{I} + \overline{B}}$$

- La variable aleatoria correspondiente a la duración del periodo *idle* se corresponde con el intervalo entre la finalización de una transmisión y el comienzo de la siguiente

$$F_I(t) = Pr\{I \leq t\} = 1 - Pr\{I > t\} = \\ = 1 - Pr\{0 \text{ llegadas en } t\} = 1 - e^{-gt}$$

GRUPO DE INGENIERÍA TELEMÁTICA

CSMA no-persistente: *throughput*

- La variable aleatoria I es exponencial negativa, y su valor medio es, por tanto $\overline{I} = \frac{1}{g}$
- Para calcular el tiempo útil se tiene en cuenta que una transmisión puede ser exitosa (tiempo útil T) o no (tiempo útil 0), con lo que se puede escribir el valor medio como sigue
$$\overline{U} = T \cdot P_{\text{éxito}} + 0 \cdot (1 - P_{\text{éxito}}) = T \cdot P_{\text{éxito}}$$
- La probabilidad de que una transmisión sea exitosa es la de que no haya transmisiones en el periodo de vulnerabilidad $[t_0, t_0 + \tau]$: $P_{\text{éxito}} = e^{-g\tau}$
- Con lo que $\overline{U} = Te^{-g\tau}$

CSMA no-persistente: *throughput*

- Para calcular la duración media del periodo *busy* se define la variable aleatoria Y de tal manera que $t_0 + Y$ sea el instante en el que se transmita la **última** trama interferente de un periodo, $Y < \tau$
- Por tanto, $B = T + \tau + Y$
- Para establecer Y se puede tener en cuenta que no se puede haber programado otra transmisión en el intervalo $[t_0 + Y, t_0 + \tau]$, ya que en caso contrario el paquete no habría sido el último interferente

$$F_Y(t) = Pr[Y \leq t] = Pr\{0 \text{ llegadas en } \tau - y\} = e^{-g(\tau - y)}$$

CSMA no-persistente: *throughput*

- A partir de su función de distribución se calcula el valor medio de Y

$$\overline{Y} = \tau - \frac{1 - e^{-g\tau}}{g}$$

- Con lo que se obtiene la duración media del periodo *busy*

$$\overline{B} = T + \tau + \overline{Y} = T + 2\tau - \frac{1 - e^{-g\tau}}{g}$$

- Para llegar finalmente a la expresión del *throughput*

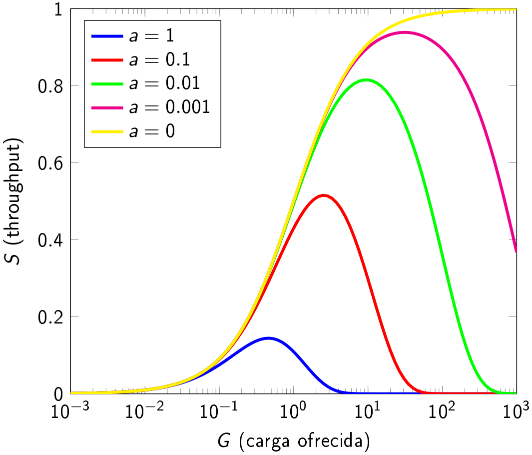
$$S = \frac{\overline{U}}{\overline{B} + \overline{I}} = \frac{gTe^{-g\tau}}{gT + 2g\tau + e^{-g\tau}} =$$

$$= \left\{ \begin{matrix} G = gT \\ a = \frac{\tau}{T} \end{matrix} \right\} = \frac{Ge^{-aG}}{G + 2aG + e^{-aG}}$$

GRUPO DE INGENIERÍA TELEMÁTICA

CSMA no-persistente: *throughput*

- Notar que $\lim_{a \to 0} S = \frac{G}{1+G}$

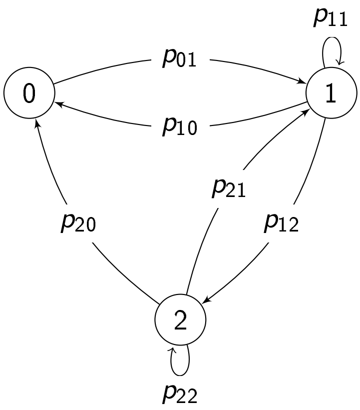


CSMA 1-persistente: *throughput*

- Debido al funcionamiento del protocolo, se pueden dar situaciones con más de una transmisión **simultánea**
- Se definen tres estados diferentes, en función de los paquetes que se comienzan a transmitir al inicio del periodo
  - 0 coincide con el periodo *idle*, no hay ningún paquete planificado para ser transmitido
  - 1 hay un único paquete planificado para ser transmitido al comienzo del periodo
  - 2 hay dos o más paquetes que se transmiten simultáneamente al comienzo
- En este caso, la duración del periodo *busy* puede ser de varios periodos de transmisión (1 y 2) consecutivos

CSMA 1-persistente: *throughput*

- Se define el diagrama de estados de la figura
  - $p_{01} = 1$
  - $p_{1j} = p_{2j} \quad \forall j = 0 \ldots 2$
- Se pueden calcular las probabilidades de cada estado
  - $\pi_0 = \frac{p_{10}}{1+p_{10}}$
  - $\pi_1 = \frac{p_{10}+p_{11}}{1+p_{10}}$
  - $\pi_2 = \frac{1-p_{10}-p_{11}}{1+p_{10}}$



CSMA 1-persistente: *throughput*

- La probabilidad de transición entre los estados 1 y 0 (p_{10}) es la de que no haya llamadas en $T+Y$
  - Y es la variable aleatoria que se definió para el CSMA no-persistente: $f_Y(y) = e^{-g\tau}\delta(y) + ge^{-g(\tau-y)}$

$$p_{10} = \int_0^\tau e^{-g(T+y)} f_Y(y)dy = e^{-g(\tau+T)}(1+g\tau)$$

- La probabilidad de transición entre 1 y 1 (p_{11}) coincide con la de que haya una única llamada en $T+Y$

$$p_{11} = \int_0^\tau g\left(T+y\right)e^{-g(T+y)} f_Y(y)dy =$$

$$= ge^{-g(\tau+T)}\left[T + g\tau\left(T+\frac{\tau}{2}\right)\right]$$

GRUPO DE INGENIERÍA TELEMÁTICA

CSMA 1-persistente: *throughput*

- Tras cierto álgebra se llega a las probabilidades de los tres estados

$$\pi_0 = \frac{e^{-g(\tau+T)}(1+g\tau)}{1+e^{-g(\tau+T)}(1+g\tau)}$$

$$\pi_1 = \frac{e^{-g(\tau+T)}\left\{1+g\tau+g\left[T+g\tau\left(T+\frac{\tau}{2}\right)\right]\right\}}{1+e^{-g(\tau+T)}(1+g\tau)}$$

$$\pi_2 = \frac{1-e^{-g(\tau+T)}\left\{1+g\tau+g\left[T+g\tau\left(T+\frac{\tau}{2}\right)\right]\right\}}{1+e^{-g(\tau+T)}(1+g\tau)}$$

- Por su parte, la duración media de los estados es la que se muestra a continuación

$$T_0 = \frac{1}{g} \quad T_1 = T_{2^+} = T + 2\tau - \frac{1-e^{-g\tau}}{g}$$

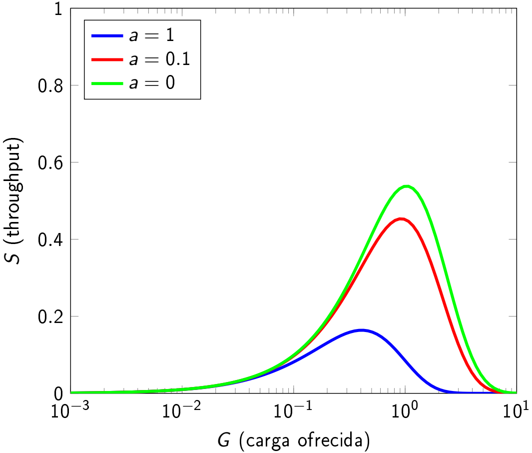
CSMA 1-persistente: *throughput*

- En este caso, teniendo en cuenta que una transmisión exitosa solo puede darse en el estado T_1, se puede calcular el *throughput* como sigue

$$
\begin{aligned}
S &= \frac{Te^{-g\tau}\pi_1}{\sum_{i=0,1,2^+}\pi_i T_i} = \\
&= \frac{gTe^{-g(T+2\tau)}\left[1+gT+g\tau\left(1+gT+\frac{g\tau}{2}\right)\right]}{(T+2\tau)g-(1-e^{-g\tau})+(1+g\tau)e^{-g(\tau+T)}} = \\
&= \frac{Ge^{-G(1+2a)}\left[1+G+Ga\left(1+G+\frac{Ga}{2}\right)\right]}{G(1+2a)-(1-e^{-Ga})+(1+Ga)(e^{-G(1+a)})}
\end{aligned}
$$

CSMA 1-persistente: *throughput*

- Notar que $\lim_{a \to 0} S = \frac{G(1+G)}{1+Ge^G}$



CSMA ranurado no persistente

- Se ranura el tiempo en *slots* de duración τ
- Se asume que el tiempo de transmisión de un paquete T es un número de veces, $\frac{1}{a} = \frac{T}{\tau}$, el tiempo de ranura
- Solo se puede transmitir al comienzo de un *slot*
- El tiempo se divide en periodos *idle* y *busy*
  - El periodo *busy* estará formado por varios periodos de transmisión consecutivos

$$Pr\{I = k\} = \left(e^{-g\tau}\right)^{k-1}\left(1 - e^{-g\tau}\right)$$

$$Pr\{B = k\} = e^{-g\tau}\left(1 - e^{-g\tau}\right)^{k-1}$$

CSMA ranurado no-persistente: *throughput*

- La duración media de cada periodo vendrá dada por

$$I = \frac{\tau}{1 - e^{-g\tau}} \qquad B = \frac{T + \tau}{e^{-g\tau}}$$

- El número medio de periodos de transmisión en un ciclo será $\frac{B}{T+\tau}$, y la probabilidad de éxito

$$P_{\text{éxito}} = Pr\{1 \text{ llegada último slot} \mid \text{alguna llegada}\} =$$

$$= \frac{Pr\{1 \text{ llegada último slot }\}}{Pr\{\text{ alguna llegada}\}} = \frac{g\tau e^{-g\tau}}{1 - e^{-g\tau}}$$

- Con lo que...

$$S = \frac{Tg\tau e^{-g\tau}}{T + \tau - e^{-g\tau} T} = \frac{Gae^{-Ga}}{1 + a - e^{-Ga}} \overset{a \to 0}{=} \frac{G}{1 + G}$$

CSMA ranurado 1-persistente

- La diferencia fundamental con el caso anterior es que cuando una estación detecta actividad en el canal, permanece a la escucha hasta que se libere
- Eso hace que la probabilidad de que la duración del periodo *busy* sea de k periodos de transmisión no coincida con la del caso anterior

$$Pr\{B = k\} = \left(1 - e^{-g(T+\tau)}\right)^{k-1} e^{-g(T+\tau)}$$

- Con lo que las duraciones medias de los periodos *idle* y *busy* serán

$$I = \frac{\tau}{1 - e^{-g\tau}} \qquad B = \frac{T + \tau}{e^{-g(T+\tau)}}$$

CSMA ranurado 1-persistente: *throughput*

- La probabilidad de éxito es diferente en el primer periodo de transmisión

$$P^{(1)}_{\text{éxito}} = \frac{g\tau e^{-g\tau}}{1-e^{-g\tau}} \qquad P^{(2^+)}_{\text{éxito}} = \frac{g(T+\tau)e^{-g(T+\tau)}}{1-e^{-g(T+\tau)}}$$

- Con lo que el tiempo útil por ciclo sería

$$U = T\left[1\cdot P^{(1)}_{\text{éxito}} + \left(\frac{B}{T+\tau}-1\right)\cdot P^{(2^+)}_{\text{éxito}}\right]$$

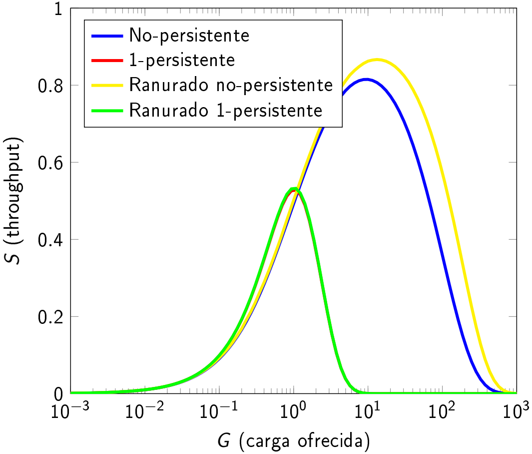
- El *throughput* queda (tras cierto álgebra)

$$S = \frac{Tge^{-g(T+\tau)}\left(T+\tau-Te^{-g\tau}\right)}{(T+\tau)(1-e^{-g\tau})+\tau e^{-g(T+\tau)}} =$$

$$= \frac{Ge^{-G(1+a)}(1+a-e^{-Ga})}{(1+a)(1-e^{-Ga})+ae^{-G(1+a)}} \overset{a\to 0}{=} \frac{G(1+G)}{1+Ge^{G}}$$

Throughput en varios sistemas CSMA

- Se asume que $a = 0.01$



Índice

CSMA/CD

- El protocolo CSMA/CD fue la base de las redes Ethernet (IEEE 802.3)
- En la actualidad su uso se ha reducido bastante por la aparición de la Ethernet conmutada (reemplazo de *hub* por *switch*)
- La idea es reducir la duración de los periodos de transmisión en los que se haya producido una colisión
- Cuando una estación detecta una colisión (*collision detection*) cancela la transmisión actual
- La duración pasa a ser $\gamma + \tau$, donde γ es el tiempo necesario para detectar la colisión y para asegurar que el resto de las estaciones se percatan de la misma

CSMA/CD ranurado no-persistente: *throughput*

- La duración del periodo *idle* es igual a la que se calculó para el caso del CSMA normal: $\bar{I} = \frac{\tau}{1-e^{-g\tau}}$
- El periodo *busy* estará formada por varios periodos de transmisión consecutivos, pero la duración de cada uno dependerá de si ha sido exitoso o no

$$TP = \begin{cases} T + \tau & \text{transmisión exitosa} \\ \gamma + \tau & \text{transmisión fallida} \end{cases}$$

- Además, se sigue cumpliendo que la probabilidad de que el periodo *busy* conste de m periodos de transmisión se puede calcular como $Pr\{\#TP = m\} = (1 - e^{-g\tau})^{m-1}\, e^{-g\tau}$

GRUPO DE INGENIERÍA TELEMÁTICA

CSMA/CD ranurado no-persistente: *throughput*

- La probabilidad de éxito en una transmisión, ϕ, es la probabilidad de que haya una única transmisión condicionado a que, al menos, exista una

$$\phi = \frac{g\tau e^{-g\tau}}{1 - e^{-g\tau}}$$

- La probabilidad de que haya k éxitos se puede calcular como sigue

$$P\{k \text{ éxitos}\} = \binom{m}{k} \phi^k (1-\phi)^{m-k}$$

- Con lo que se puede calcular la probabilidad de que la duración del periodo *busy* sea de k periodos de transmisión exitosos y $m-k$ no exitosos como sigue, siendo ϕ la probabilidad de que un periodo de transmisión sea exitoso

$$P\{k \cap \#TP = m\} = \left(1 - e^{-g\tau}\right)^{m-1} e^{-g\tau} \binom{m}{k} \phi^k (1-\phi)^{m-k}$$

CSMA/CD ranurado no-persistente: *throughput*

- La duración media del periodo *busy* se calcula como

$$\overline{B} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=0}^{m} [k(T+\tau) + (m-k)(\gamma+\tau)] \cdot$$

$$\cdot \left(1 - e^{-g\tau}\right)^{m-1} e^{-g\tau} \binom{m}{k} \phi^k (1-\phi)^{m-k}$$

- Tras cierta álgebra se llega a

$$\overline{B} = \frac{\phi\,(T+\tau) + (1-\phi)\,(\gamma+\tau)}{e^{-g\tau}}$$

CSMA/CD ranurado no-persistente: *throughput*

- La esperanza del tiempo útil por ciclo es T veces el valor medio de periodos de transmisión exitosos

$$\overline{U} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=0}^{m} kT \left(1 - e^{-g\tau}\right)^{m-1} e^{-g\tau} \binom{m}{k} \phi^k (1-\phi)^{m-k}$$

- Siendo el resultado de la anterior expresión

$$\overline{U} = \frac{\phi T}{e^{-g\tau}}$$

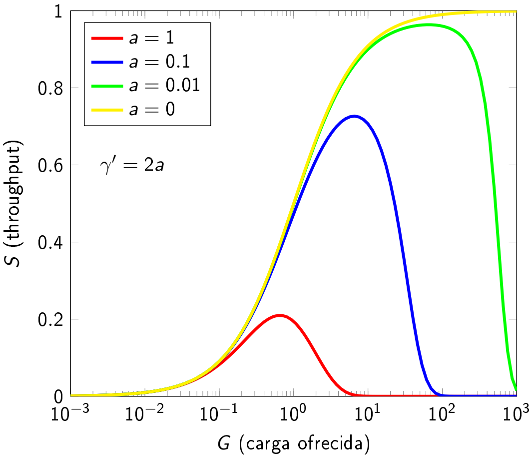
- Con lo que el *throughput* se puede calcular como

$$S = \frac{Tg\tau e^{-g\tau}}{Tg\tau e^{-g\tau} + \gamma\left[1 - e^{-g\tau} - g\tau e^{-g\tau}\right] + \tau} =$$

$$\left\{\gamma' = \frac{\gamma}{T}\right\} = \frac{Gae^{-Ga}}{Gae^{-Ga} + \gamma'\left[1 - e^{-Ga} - Gae^{-Ga}\right] + a}$$

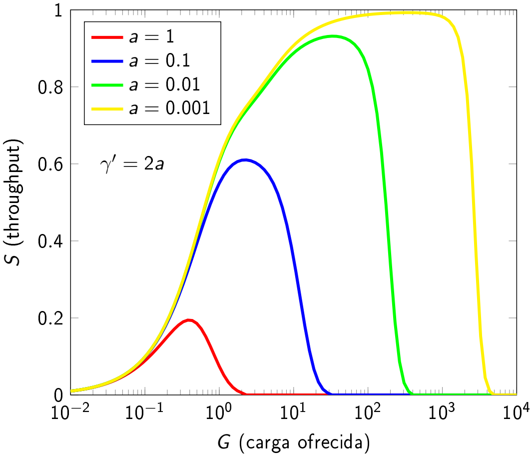
CSMA/CD ranurado no-persistente: *throughput*

- Notar que si $\gamma' = 1$, el *throughput* coincide con el obtenido para el CSMA ranurado no-persistente



CSMA/CD ranurado 1-persistente: *throughput*

- Con un análisis similar, se puede llegar a establecer el rendimiento del protocolo CSMA/CD 1-persistente



Índice

CSMA/CA: introducción

- En algunos sistemas (por ejemplo, con tecnologías inalámbricas) no es posible detectar colisiones mientras se está transmitiendo (*half-duplex*)
- Además, la pérdida de *rendimiento* debido a posibles colisiones en el medio conlleva una penalización importante
- Se trata de **evitar** las colisiones, a través del protocolo CSMA/CA
- Es la base, por ejemplo, del protocolo MAC empleado por IEEE 802.11 (tecnología WiFi)
  - Cada estación selecciona aleatoriamente la ranura de envío y se espera reconocimiento (*Distributed Coordination Function* - DCF)
  - Existe una versión centralizada poco usada (*Point Coordinated function* - PCF)

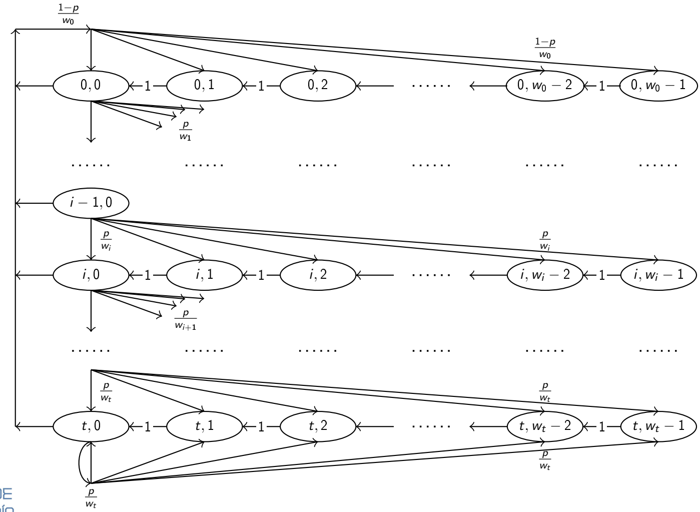
CSMA/CA: *throughput*

- Hay varios autores que han analizado el rendimiento de este tipo de sistemas
- Uno de los trabajos con mayor relevancia es el de Bianchi[§]
- Se asume un número alto de terminales, saturación (todos los nodos tienen en todo momento paquetes para ser transmitidos) y probabilidad de colisión constante
- Se propone una cadena de *Markov* bidimensional para determinar la ranura aleatoria que ha escogido la estación, así como la fase (número de retransmisión) en la que se encuentra

[§] G. Bianchi. “Performance analysis of the IEEE 802.11 distributed coordination function”. En: *IEEE Journal on Selected Areas in Communications* 18.3 (mar. de 2000), págs. 535-547. ISSN: 0733-8716. DOI: 10.1109/49.840210

CSMA/CA: *throughput*

- Cadena de Markov del modelo de Bianchi



CSMA/CA: *throughput*

- Resolviendo la cadena anterior se pueden obtener las probabilidades de todos los estados

$$\pi_{i,0} = p^i \pi_{0,0} \qquad \pi_{t,0} = \frac{p^t}{1-p}\pi_{0,0}$$

$$\pi_{i,k} = \frac{w_i - k}{w_i}\pi_{i,0} \quad i \in (0,t) \quad k \in (0, w_i - 1)$$

$$\pi_{0,0} = \frac{2(1-2p)(1-p)}{(1-2p)(w+1) + pw(1-(2p)^t)}$$

- Teniendo en cuenta que sólo se transmite en los estados $i, 0$, se puede encontrar la probabilidad de transmisión en una ranura cualesquiera

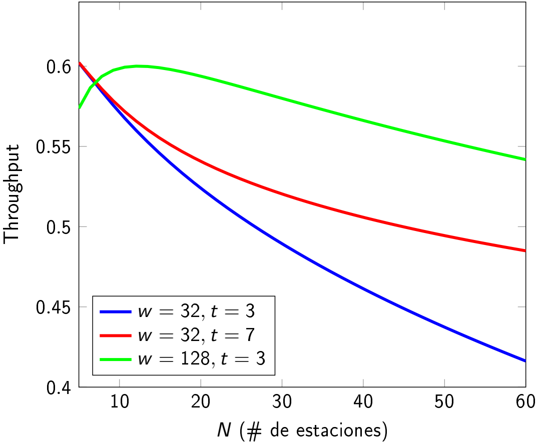
$$\tau = \sum_{i=0}^{t} \pi_{i,0} = \frac{2}{1 + w + pw \sum_{i=0}^{t-1} (2p)^i}$$

CSMA/CA: *throughput*

- Como se ha visto τ depende de la probabilidad de colisión que, a su vez, también lo hace de τ
$$p = 1 - (1-\tau)^{N-1}$$
- Se definen también las probabilidades de que haya al menos una transmisión en un slot (P_{tx}) y la probabilidad de éxito ($P_{\text{éxito}}$)
$$P_{tx} = 1 - (1-\tau)^{N} \qquad P_{\text{éxito}} = P_e = \frac{N\tau(1-\tau)^{N-1}}{1-(1-\tau)^{N}}$$
- Con lo que se puede calcular el *throughput*, siendo L la longitud de los paquetes, y T_e y T_c la duración de una transmisión exitosa y de una colisión, respectivamente (en función de los parámetros MAC)
$$S = \frac{P_e \cdot P_{tx} \cdot L}{(1-P_{tx})\,\sigma + P_{tx} \cdot P_e \cdot T_e + P_{tx}\,(1-P_e)\,T_c}$$

CSMA/CA: *throughtput*

- *Throughput* IEEE 802.11*b* en función del número de estaciones



CSMA/CA: *throughtput*

- *Throughput* IEEE 802.11*b* en función de la probabilidad de transmisión