E.T.S.I.I.T - Grado en Ingeniería de Tecnologías de Telecomunicación

Dimensionado y Planificación de Redes

Hoja de Ejercicios - Tema 3

Sistemas M/M/1 y extensiones

Problema 1.

Los parámetros de un canal son: $\lambda = 32$ paquetes/seg, $C = 64$ kbps, $L = 125$ Bytes.
Se pide:

(a) ¿Cuántos segundos de cada hora está el canal desocupado?
(b) ¿Cuántos segundos tienen que esperar en su conjunto los paquetes que atraviesan el canal cada hora?
(c) ¿Cuál debería ser la utilización del canal para minimizar el número de segundos perdidos/hora (aquellos en los que el operador no factura más los que tienen que esperar los paquetes que atraviesan el canal)?

Problema 2.

Si los parámetros de un canal son: $\lambda = 32$ paquetes/seg, $C = 64$ kbps, $L = 125$ Bytes, ¿cuál es el tiempo de transferencia de los paquetes que tienen que esperar?.

Problema 3.

Establecer un mecanismo para estimar el percentil r del tiempo de espera en un nodo de comunicaciones, asumiendo que su función de distribución es:

$$F_{T_w} = 1 - ae^{-bt_w}$$

donde a y b no son conocidos. Obtener el valor del percentil 90 para los siguientes parámetros: $\lambda = 32$ paquetes/seg, $C = 64$ kbps, $L = 125$ Bytes.

Problema 4.

Para aumentar la fiabilidad, los nodos A y B de una red de datos están unidos por dos enlaces de capacidades respectivas C_1 y C_2, con $C_1 > C_2$.
El nodo A encamina los paquetes, de longitud exponencial de media L bits, por el enlace de mayor capacidad hasta que λ alcanza cierto umbral $u\ p/s$. El enlace 2 se empieza a utilizar cuando el tiempo de transferencia (espera + transmisión) por el enlace 1 se iguala al tiempo de transmisión de un paquete por el enlace 2, lo cual determina el valor de u. Cuando $\lambda > u$, A distribuye aleatoriamente los paquetes que sobrepasan el umbral de forma proporcional a la capacidad de los enlaces.

Teniendo en cuenta que:

- $C_1 = 64\ kbps$
- $C_2 = 32\ kbps$
- $L = 100\ bits$

Calcular:

(a) El valor de u.
(b) El valor de λ_1 y λ_2 cuando $\lambda = 2u$.

Problema 5.

Al equipo de ingeniería de la consultora CONSULTEL se le ha encargado evaluar tres configuraciones distintas para un nodo de una red de conmutación de paquetes.

La primera consiste en suponer que dicho nodo puede modelarse como un sistema M/M/1 (esto es, llegada según un proceso de *Poisson*, tiempo de servicio exponencial y 1 servidor), con una cola para almacenar paquetes y un servidor muy rápido, y por tanto caro, que se encarga de transmitir los paquetes por un canal de salida de capacidad 20 Mbps. Los paquetes llegan al sistema con una tasa = 10 paq/s y la longitud media de los mismos es de 1000 bits.

Las dos alternativas de diseño a la primera opción (más cara) constan de 10 dispositivos, cada uno de los cuales puede también modelarse como un sistema M/M/1 con su correspondiente cola y servidor, pero de capacidad 10 veces menor. Las configuraciones son las siguientes:

- 10 sistemas M/M/1 de capacidad 2 Mbps a cada uno de los cuales le llegan paquetes de longitud media 1000 bits a una tasa de $\lambda/10 = 1$ paq/s
- 10 sistemas M/M/1 de capacidad 2 Mbps, pero donde los paquetes que llegan a una tasa = 10 paq/s y tienen longitud media de 1000 bits se dividen antes en 10 partes iguales y se envía una parte a cada uno de los 10 dispositivos.

(a) Calcúlese, para cada una de las tres configuraciones anteriores:
  - Tiempo medio de servicio.
  - Factor de utilización.
  - Tiempo medio de espera en cola.
  - Número medio de unidades en cola.

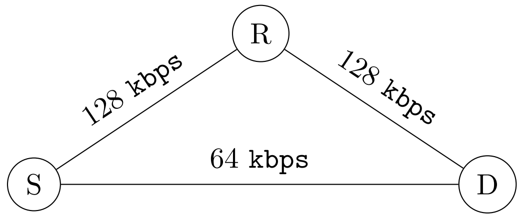
(b) En función de los resultados anteriores, justifique cada una de las configuraciones y decídase por una de ellas.

Problema 6.

Para unir dos *routers* (S y D) se dispone de una capacidad de 64 kbps. Si se supone que los paquetes que se envían tienen una longitud media de 200 Bytes, se pide responder a las siguientes preguntas.

(a) Calcular el tiempo medio de servicio (t_s) (tiempo que los paquetes están en el canal, transmitiéndose).
(b) Si $\lambda = 16$ pkt/s, ¿cuál es la utilización del canal? ¿Cuál es tiempo total de transferencia (espera más servicio)?
(c) Calcular el tiempo medio de espera y, aplicando la relación de *Little*, el número medio de paquetes que hay en el sistema de espera.
(d) ¿Cuál es la probabilidad de que el canal esté libre? ¿Cuál es la probabilidad de que no haya paquetes esperando en la cola?
(e) ¿Cuál es valor máximo de λ aceptable?

Ante un incremento notable de λ, que se incrementa en un 300 %, se decide utilizar la siguiente configuración de red.



(f) Calcular el número medio de enlaces que atraviesan los paquetes si el tráfico se reparte equitativamente entre los dos caminos posibles. ¿Cuál es el tiempo medio que tarda un paquete en llegar al destino?
(g) Repetir el apartado anterior cuando sólo la tercera parte de los paquetes se encaminan a través de la línea de 64 kbps.
(h) Calcular de nuevo los tiempos medios de los apartados (f) y (g) cuando hay un tráfico adicional entre la estación R y D, con una λ de 40 pkt/s.

Nota: *En todos los casos emplear el modelo MM1 para los diferentes nodos.*

Problema 7.

Una empresa dispone de varios emplazamientos, necesitando proporcionar mecanismos de comunicación entre ellos. Para unir dos puntos en concreto pretende utilizar un enlace dedicado con una capacidad de $C = 40$ `kbps`, y unos nodos con memoria suficiente para almacenar paquetes en espera. Se supone además que la longitud media de los paquetes que transmite (según una distribución exponencial negativa) es de 1000 `Bytes`, y se estima que la tasa de generación de información es $\lambda = 1$ paquete/segundo (según una distribución de *Poisson*).

(a) Calcular los tiempos medios de servicio (tiempo que los paquetes están en el canal, transmitiéndose), de espera y de transferencia. Aplicar la relación de *Little* para calcular el número medio de paquetes en el sistema de espera y en todo el nodo (interfaz de salida y sistema de espera).

La compañía pretende emplear una configuración alternativa, en la que que sustituye el enlace anterior por dos, de capacidades $C_1 = 24$ `kbps` y $C_2 = 16$ `kbps`, de manera que cada uno de ellos se comporta como un sistema M/M/1. Sitúa además un regulador de tráfico, para repartir los paquetes entre ambos canales: $\lambda_1 = \alpha\lambda$ y $\lambda_2 = (1 - \alpha)\,\lambda$.

(b) Si la tasa de paquetes que se envía por cada canal se establece de manera proporcional a sus capacidades, ¿cuál es el tiempo medio que un paquete tarda en llegar del origen (antes del regulador) al destino? ¿Qué razones podrían justificar el uso de la configuración alternativa?
(c) Determinar el valor de α que minimiza el tiempo medio anterior y calcular dicho tiempo.

Problema 8.

Se dispone de un nodo de comunicación, con memoria suficiente para almacenar paquetes en espera. Se estima que la tasa de llegadas sigue una distribución de *Poisson*, con una tasa media $\lambda = 60$ paquetes/minuto. La capacidad del enlace que conecta dicho nodo con otra sede es de $C_1 = 50$ `kbps` y se supone, además, que la longitud media de los paquetes que transmite (según una distribución exponencial negativa) es de 1250 `Bytes`.

(a) Calcular los tiempos medios de servicio (tiempo que los paquetes están en el canal, transmitiéndose), de espera y de transferencia. ¿Cuál es el valor máximo de λ que se podría aceptar?

Debido a un incremento en el volumen de información entre ambas sedes, la tasa de generación de paquetes se incrementa hasta los 240 paquetes/minuto. La empresa adquiere un nuevo enlace (con capacidad de $C_2 = 25$ `kbps`), de manera que cada uno de ellos se puede modelar como un sistema M/M/1, dividiendo la tasa total entre ambos, con lo que $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$.

(b) Establecer los valores de λ_1 y λ_2 si la empresa decide que, por motivos de rentabilidad, el criterio para dividir el tráfico sea que ambos enlaces estén el mismo tiempo ocupados. ¿Cuál es el tiempo medio de transferencia de un paquete?
(c) ¿Cuál sería la división que minimizaría el tiempo de transferencia medio? ¿Cuánto vale dicho tiempo?

Problema 9.

Para unir dos nodos (N_1 y N_2) se dispone de un canal con una capacidad de 128 kbps. Se supone que los paquetes que se envían tienen una longitud media de 800 Bytes, y que los nodos disponen de memoria suficiente para almacenar paquetes en espera. Asumiendo que las diferentes distribuciones (llegadas al sistema y longitud de los paquetes) son las adecuadas para analizar el canal con un modelo MM1, se pide responder a las siguientes preguntas.

(a) Si se sabe que la tasa de llegadas al sistema es $\lambda = 4$ pkt/s, calcular el tiempo medio de servicio (t_s) (tiempo que los paquetes están en el canal transmitiéndose) y el tiempo de transferencia. Aplicar la relación de *Little* para obtener el número total de paquetes en el sistema (espera e interfaz).
(b) ¿Cuál es el tiempo medio de espera para los paquetes que tienen que esperar?
(c) ¿Cuál es el máximo valor de la tasa de paquetes que el sistema es capaz de asumir ($\lambda_{\text{máx}}$)? Si sube hasta $\lambda = 24$ pkt/s, ¿cuál sería la capacidad del canal mínima aceptable?.

Para esa nueva tasa de llegadas, la empresa decide utilizar una configuración alternativa, añadiendo un segundo canal (independiente del anterior), con una velocidad de 64 kbps. Los paquetes se reparten entre ambos canales, de manera proporcional a su capacidad. ***Nota:*** *Analizar esta configuración asumiendo que cada canal se comporta como un sistema MM1 independiente.*

(d) ¿Cuál el tiempo de transferencia promedio con dicha alternativa? Compararlo con el que se hubiera tenido con un único canal con la capacidad global de los dos. ¿Qué ventaja aporta la utilización de dos canales?
(e) Con la configuración de dos canales, ¿cuál es el tiempo media de espera? ¿Cuál es el tiempo medio de espera para un paquete que espera?

Problema 10.

Una empresa decide centralizar los servicios de *hosting* en una de sus sedes. Para comunicarse con el resto de oficinas el departamento de comunicaciones se plantea desplegar una topología en estrella, de manera que haya un enlace dedicado uniendo el nodo central con cada sede, comportándose cada uno de ellos como un sistema M/M/1 independiente. Decide contratar enlaces con capacidad $C = 64$ `kbps` y los paquetes que transmite tienen una longitud (distribución exponencial negativa) media de 800 `Bytes`.

(a) ¿Cuál es la tasa de llegadas $\lambda_{\text{máx}}$ que se puede transmitir a cada sede?
(b) Si $\lambda = 4$ pkt/s (la misma para todas), calcular los tiempos medio de espera y de transferencia (espera y transmisión) por paquete.
(c) Si se supone que la empresa tiene 3 sedes remotas, ¿cuál es el número medio de paquetes esperando en el nodo central? ¿Cuál es la probabilidad de que todos los enlaces estén vacíos?
Asumir que la generación de paquetes para cada sede es independiente del resto.

Problema 11.

Un ISP gestiona varios *datacenters*. Entre dos nodos S y D se estima que se generan paquetes a una tasa de 10 paquetes/milisegundo (se asume que la generación de paquetes sigue una distribución de *Poisson*); se sabe además que la longitud media de los mismos es de 1250 `Bytes` (distribuida según una variable aleatoria exponencial negativa). Para unir estos dos nodos se plantean dos posibles alternativas:

[**Alternativa** 1] Utilizar un único enlace, que se puede modelar como un sistema MM1.
[**Alternativa** 2] Dividir el tráfico de manera aleatoria entre dos enlaces independientes entre sí, cada uno de ellos se modelaría como un sistema MM1 (estando los dos subsistemas de espera en el nodo S).

(a) ¿Qué capacidades mínimas son necesarias en los enlaces de las dos alternativas?
(b) Si la capacidad del enlace en la **Alternativa 1** es de 200 `Mbps`, y la de los de la **Alternativa 2** de 100 `Mbps` cada uno, calcular los tiempos medio de espera y de transferencia (espera y transmisión) por paquete en ambos casos.
(c) ¿Cuál es el número medio de paquetes esperando en el nodo S en cada alternativa? ¿Y la probabilidad de que todos los enlaces estén vacíos?

Problema 12.

Al *'Neutral Access Point'* (NAP) ESPANIX en Madrid llegan datagramas IP de tres proveedores de servicio Internet (ISP) regionales. Cada ISP fragmenta los datagramas de sus clientes en paquetes de longitud fija de 1024, 512 y 256, respectivamente y los flujos se estiman en 500, 200 y 100 p/s. Medidas indican que el valor del coeficiente de dispersión del tiempo entre llegadas consecutivas es, aproximadamente, 1. ESPANIX aplica a la corriente total un primer pre-procesado, con una velocidad de 10 Mbps, que proporciona una memoria de entrada lo suficientemente grande, con lo que se puede asumir que la pérdida de paquetes es despreciable.

	ISP		
	1	2	3
λ (pkt/s)	500	200	100
L (Bytes)	1024	512	256

(a) Calcular la probabilidad de que un paquete del flujo total de entrada al NAP sea del ISP $i = 1, 2, 3$ y el valor de la tasa total del flujo de paquetes.

(b) Calcular el valor medio, la varianza, la desviación típica y el coeficiente de dispersión de la longitud de paquete, L, y de la duración del servicio T_s en el pre-procesador.

	E	V	σ	C
L				
T_s (ms)				

(c) Seleccionar un modelo puramente de tipo *Markov* y calcular los valores de los correspondientes parámetros, utilizando una tabla como la que se indica a continuación. T_F es el tiempo medio de espera para los paquetes que esperan.

Modelo	A	Pr{esperar}	N_T	N_Q	T_Q	T_F	τ

(d) Seleccionar el modelo que mejor se adapte al sistema y calcular los valores de los parámetros del mismo, utilizando una tabla como la del apartado anterior. Comparar los resultados obtenidos con los dos modelos e interpretar las diferencias y equivalencias. ¿Se consigue modelar exactamente el sistema real o se lleva a cabo alguna aproximación?

Problema 13.

En una red de tipo NGN con servicios integrados, basada en una arquitectura IP para el transporte, se establecen cuatro tipos de servicios, cuyos valores característicos (por conexión activa) se indican en la siguiente tabla.

	Real Time (1)	*Streaming* (2)	*Business Data* (3)	*Best Effort* (4)
Tasa (pkt/s) por conexión	30	100	80	25
Longitud (Bytes)	50	150	250	500
QoS, retardo medio (ms)	5	10	15	20
# de conexiones BH	20	2	1	10

(a) Calcular el valor medio del ancho de banda requerido por las conexiones de cada servicio en la hora cargada (BH) y el valor medio del ancho de banda total.

(b) Deducir una expresión (modelo M/M/1) que permita calcular el valor de ocupación A de las capacidades de cada tipo servicio, basándose en los valores de λ, en pkt/s, y t, en ms.

(c) A partir de esta fórmula, calcular el valor A_i para cada servicio $i = 1 \ldots 4$, teniendo en cuenta el retardo total y la velocidad necesaria para no superar el retardo τ_i; esta velocidad se denomina "ancho de banda equivalente" y representa la situación en la que los servicios se enrutan por túneles virtuales separados. Finalmente, calcular el coeficiente mBW_i/eBW_i, comparándolo con A_i. Interpretar el resultado.

	Real Time (1)	*Streaming* (2)	*B. Data* (3)	*Best Effort* (4)	*Total*
Ocupación media A					
Ancho de banda medio en la BH (kpbs)					
Valor equivalente BW en la BH (kbps)					
Cociente mBW/eBW					

(d) A partir de los valores A_i calculados para las conexiones de cada servicio, se calcula n_i, t_i (ms) para ellas y se compara con el valor τ_i fijado por la QoS requerida.

	Real Time (1)	*Streaming* (2)	*Business Data* (3)	*Best Effort* (4)	*Total*
A					
n					
τ					

(e) Ahora el tráfico de los cuatro servicios se enruta por la capacidad total, sin separarse en túneles virtuales, llevando a cabo la dimensión según el retardo más restrictivo de los servicios a integrar. Se calcula el valor A y el ancho de banda equivalente total, comparándolo con el resultado del apartado (c).

(f) A partir del valor A del apartado anterior se calcula n y τ, comparando el resultado con el valor establecido por el QoS más restrictivo.

	Apartado e		*Apartado f*	
A	t_s (ms)	v_s (kbps)	n	τ (ms)

(g) Respecto al QoS, ¿el modelo considerado permite incluir la desviación típica de la duración del retardo (*jitter*) y la tasa de pérdida de paquetes además del valor medio? Justificar la repuesta y, en caso negativo, indicar el modelo real (notación de *Kendall*) que se debería emplear para modelos con los tres parámetros; se asume que el flujo de paquetes de cada servicio sigue una distribución de Poisson y que la longitud de los paquetes es constante.

Problema 14.

Desde el servidor de un portal de un proveedor de servicios de Internet (ISP) se descargan páginas web de tipo multimedia. Las páginas se componen de tres tipos de flujos que representan varios tipos de datos: audio, imágenes y vídeo. La siguiente tabla indica las características de los flujos.

Flujo	1	2	3
λ (pkt/s)	600	200	400
L (Bytes)	512	256	45

Estos flujos se transmiten a una red IP de un proveedor de transporte de Internet mediante una interfaz Ethernet en la que la capacidad de la capa física se puede configurar entre 2000 kbps y 7000 kbps (en pasos de 100 kbps).

(a) Calcular la probabilidad de que un paquete pertenezca al flujo $i = 1 \dots 3$ y el valor de la tasa total del flujo de paquetes. Representar los resultados en una tabla similar a la que se muestra a continuación

	1	2	3	Suma
λ (pkt/s)				
Prob. paquete				

(b) Calcular el valor medio, la varianza y el cociente de dispersión para la longitud de paquetes y el tiempo de servicio, utilizando una primera estimación acerca de la velocidad de la interfaz.

	E	V	σ	C
L				
T_s (ms)				

(c) A partir de un modelo puramente de Markov, calcular los valores de los parámetros correspondientes (ver tabla), determinando la velocidad de la interfaz de manera que el retardo medio no supere los 2 ms. T_F es el tiempo medio de espera para los paquetes que esperan.

Modelo	A	Pr{esperar}	N_T	N_Q	T_Q	T_F	τ

(d) Seleccionar el modelo que mejor se adapte a las características del problema y calcular, como en el apartado anterior, los valores de los parámetros correspondientes, fijando de nuevo la velocidad de la interfaz de manera que el retardo no supere los 2 ms.

(e) Volver a calcular los resultados del apartado b) para ambos modelos, resumiendo los valores en una tabla como la que se muestra a continuación.

	E	V	σ	C
L				
T_s (ms) (apartado c)				
T_s (ms) (apartado d)				

(f) Comparar de manera razonaba los valores calculados en el apartado anterior. ¿Es el modelo seleccionado en el apartado d) exacto o se trata de una aproximación?.

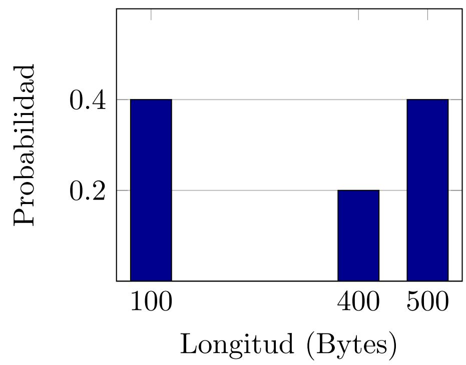
Problema 15.

La salida de un concentrador Ethernet se conecta a una línea digital E1 (R_b = 2.048 Mbps); se asume que dispone de suficiente memoria para almacenar paquetes en espera. Al concentrador se conectan terminales que producen paquetes con una longitud fija de L = 512 bytes. La tasa de llegadas de paquetes es $\lambda = 400$ paquetes por segundo, y se supone que estos llegan según un proceso de *Poisson*.

(a) Calcular el factor de utilización del sistema y el valor medio del retardo total (τ). En media, ¿cuántos paquetes hay, en total, en el nodo de comunicaciones?
(b) ¿Cuál es el tiempo medio de espera? ¿Cuál es el tiempo media de espera de los paquetes que esperan?
(c) Calcular la tasa que se podría tener en el sistema para que el retardo medio fuera, como máximo, $\tau = 4$ ms.

Problema 16.

A un nodo de comunicaciones llegan paquetes generados por varias aplicaciones. El proceso de llegada se puede modelar como un proceso de *Poisson*, con una tasa $\lambda = 61.07$ paquetes por segundo. Tras monitorizar durante suficiente tiempo el sistema, se determina la función densidad de probabilidad de la longitud de los paquetes que llegan al nodo, y que se muestra en la figura. ¿Cuál es la capacidad necesaria en la interfaz de salida del nodo para que el retardo medio por paquete (incluyendo la espera y el tiempo de servicio) sea inferior a $\tau = 5$ milisegundos?



Problema 17.

A un nodo de comunicaciones llegan paquetes con una longitud que se distribuye según una variable aleatoria uniforme $\mathcal{L}$, entre 1000 y 1500 `Bytes`. Los paquetes llegan al sistema, según un proceso de *Poisson*, a una tasa de 5 paquetes por segundo. La capacidad del enlace de salida es de 100 `kbps`.

(a) Calcular el tiempo de permanencia (servicio + espera) en el sistema.
(b) ¿Cuántos paquetes estarán, en media, en el subsistema de espera del nodo de comunicaciones?
(c) ¿Qué capacidad mínima sería necesaria para que el tiempo de espera medio fuera el 20 % del tiempo total?

La varianza de una variable aleatoria uniforme $\mathcal{U}[a,b]$ *se calcula como* $\sigma^2_{\mathcal{U}} = \dfrac{(b-a)^2}{12}$.

Problema 18.

El Servicio de Informática de la compañía **F3ST1V4L** monitoriza el comportamiento de uno de sus nodos de comunicaciones, con una capacidad de 512 `kbps`. Establece que el tiempo medio que los paquetes esperan antes de empezar a ser transmitidos es de 32 ms y que el tiempo de transmisión medio es de 16 ms; además, estima que el grado de ocupación del nodo es 0.8.

(a) Calcular el número medio de paquetes que hay en el nodo de comunicaciones.
(b) Calcular la longitud media de los paquetes que se transmiten y deducir cómo se distribuyen dichas longitudes.
(c) Si se mantiene la capacidad del nodo, ¿cuál sería la tasa que se podría tener en el sistema para que el retardo total (espera más transmisión) medio fuera, como máximo, $\tau = 32$ ms? Si se mantiene la tasa original, ¿qué capacidad sería necesaria para mantener el mismo retardo?

Problema 19.

Se pretende dimensionar la capacidad del enlace de salida de un conmutador *OpenFlow*. Se consideran dos tipos de servicios, cuyas características se recogen en la tabla. En una primera alternativa de diseño se disponen circuitos virtuales, de manera que la capacidad del enlace se divide, para atender a cada uno de los servicios de manera diferenciada.

	λ (pkt/s)	$\overline{L}$ `Bytes`	Distribución long. paquete	Tipo Servicio
Servicio 1	200	50	Fija	Voz
Servicio 2	400	500	Exp. negativa	*Best Effort*

(a) ¿Qué capacidad debería contratar la compañía para el enlace de salida si se establece como criterio de diseño que esté ocupado, como máximo, el 80 % del tiempo?
(b) Calcular, utilizando el resultado del apartado anterior, el retardo para cada tipo de servicio.

Para reducir los costes de operación, la empresa decide emplear un esquema de prioridad, y disminuir la capacidad contratada, que pasa a ser del 86 % de la obtenida en el apartado (a).

(c) Calcular el retardo para cada tipo de servicio con la nueva configuración.

Problema 20.

Se sabe que la función de probabilidad acumulada (*cdf*) del tiempo de transferencia (t_t) en un nodo de comunicaciones que se puede modelar como un sistema MM1 es la que se indica a continuación, donde ρ es el factor de utilización.

$$\mathcal{F}_{T_t}(t_t) = 1 - e^{-\lambda\left(\frac{1-\rho}{\rho}\right)t_t}$$

(a) Los paquetes tienen una longitud media de 1024 Bytes y la tasa de llegadas es $\lambda = 200$ paquetes por segundo; ¿cuál es la capacidad del enlace, si se sabe que el percentil 0.8 del tiempo total es $\Pi_{r=0.8}(T_t) = 5.365\ ms$?
(b) ¿Cuál es el tiempo medio de espera de los paquetes que esperan?

Problema 21.

Considérese un nodo de comunicaciones con una única interfaz de salida ($C = 512$ `kbps`) y capacidad suficiente para mantener paquetes en espera. Se estima que los paquetes llegan al sistema según un proceso de *Poisson*, a una tasa $\lambda = 80$ paquetes por segundo. Tras monitorizar el sistema en un periodo de 12 horas, se comprueba que la interfaz está *libre* 2.4 horas. Además, durante dicho tiempo, el número medio de paquetes *en todo el sistema* es 3.2.

(a) ¿Cuál es la longitud media de los paquetes que llegan al sistema? ¿Cuál es su desviación típica?
(b) ¿Qué tasa de paquetes se podría asumir en el sistema, si se pretende que el retardo total por paquete no supere los 20 ms?

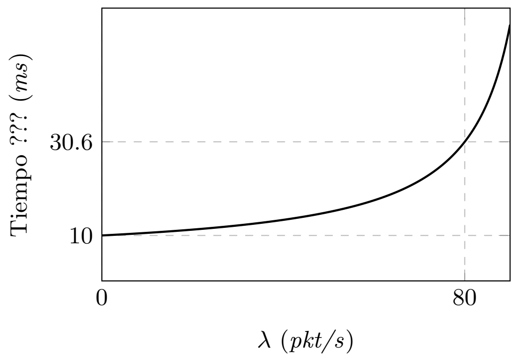
(c) Se sabe que, para agilizar su procesado posterior, el nodo de comunicaciones *divide* los paquetes que le llegan en ξ *trozos* antes de que sean transmitidos. A la vista de los resultados anteriores, y asumiendo que la longitud de los paquetes que llegan al nodo sigue una distribución exponencial negativa, obtener razonadamente el valor de ξ que se está utilizando.
Pista: El coeficiente de dispersión de la variable aleatoria Erlang-k *es* $\frac{1}{\sqrt{k}}$

Problema 22.

Una empresa tiene un conmutador que está activo 12 horas al día. La longitud de los paquetes que se transmiten se distribuye de manera uniforme entre 0 y $\mathcal{L}$ `Bytes`. Se sabe que su interfaz de salida está ocupada 4 horas y que, además, el tiempo de transmisión medio es 50 *ms*. Calcular el retardo total en el sistema. ¿Cuántos paquetes en media hay en el conmutador?

Problema 23.

Un nodo de comunicaciones con una capacidad de 800 `kbps` transmite paquetes que se distribuyen de manera uniforme entre $\ell_{\min}$ y $\ell_{\max}$. Se han tomado medidas de los tiempos de espera, servicio y transferencia (total) de dicho nodo para varios valores de carga; así, la figura muestra la evolución de uno de los tres parámetros frente a la tasa de paquetes que llegan al nodo según un proceso de Poisson. Se pide calcular $\ell_{\min}$ y $\ell_{\max}$.



Problema 24.

A un nodo de comunicaciones le llegan paquetes, según un proceso de Poisson, con dos longitudes diferentes: ℓ y 2ℓ. Se supone que el nodo tiene capacidad en el buffer para mantener los paquetes hasta que son transmitidos.

(a) Tras monitorizarlo durante tiempo suficiente, se determina que el tiempo total que están esperando todos los paquetes que llegan al nodo durante un intervalo de un minuto son 42.1894 segundos, teniendo que esperar el 65.63 % de los paquetes. ¿Qué porcentaje de todos los paquetes recibidos son de longitud 2ℓ?

(b) Asumiendo que el 75 % de los paquetes son de longitud ℓ, y que se elige la capacidad de salida del nodo para que el tiempo de espera medio por paquete sea la mitad del tiempo de transmisión promedio, ¿cuántos segundos estaría la interfaz de salida del nodo activa durante un minuto?

Problema 25.

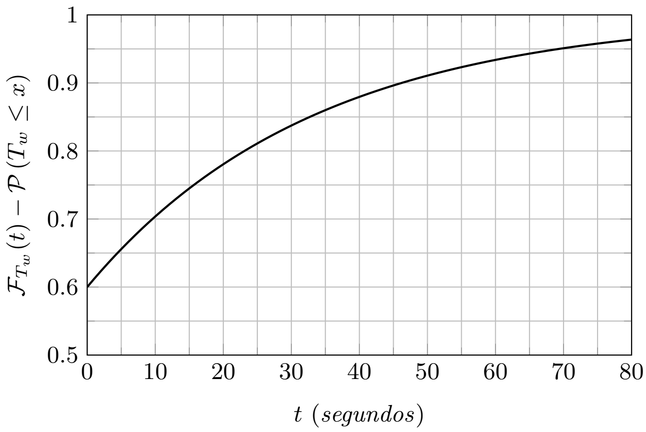
A un conmutador llegan dos corrientes de tráfico. Los paquetes *real-time, rt* lo hacen a una tasa de 20 paquetes por segundo, y su longitud es constante, de 240 `Bytes`. Por su parte, los paquetes *no-real-time, nrt* tienen una longitud que se puede modelar con una variable aleatoria exponencial negativa, de media 1000 `Bytes`, y llegan al conmutador a una tasa de 100 paquetes por segundo.

(a) En un primer diseño, se decide utilizar capacidades diferenciadas (canales “virtuales”) para cada tipo de servicio. Dimensionar la capacidad total de salida del nodo, si se pretende que el retardo no supere 4 y 80 *mseg* para los paquetes *rt* y *nrt*, respectivamente.

(b) Se decide modificar la operación del nodo, de manera que priorice los paquetes *rt*. Así, siempre que hubiera un paquete *rt* esperando, se transmitiría antes que los paquetes *nrt*. Calcular el retardo de cada tipo de servicio para dos capacidades diferentes de salida del nodo: 1.4 `Mbps` y 1 `Mpbs`.

Problema 26.

La función de probabilidad acumulada (*cdf*) del tiempo de espera de un sistema M/M/1 es la que se muestra en la figura.



(a) ¿Cuál es el percentil 75 del tiempo de espera en el sistema?
(b) Si se sabe que el tiempo de servicio medio son 20 s, calcular el tiempo de permanencia en el sistema (esto es, espera y procesado) promedio.

Problema 27.

Tras monitorizar un nodo de comunicaciones a lo largo de 1 hora, se estiman los siguientes datos:

- *Paquetes totales transmitidos:* 112500
- *Longitud media de los paquetes:* $\ell = 1024$ `Bytes`
- *Desviación típica de la longitud de los paquetes:* $\sigma_\ell = 512$ `Bytes`
- *Tiempo total en reposo:* 30 minutos

(a) Asumiendo que los paquetes llegan según un proceso de Poisson, ¿cuántos paquetes en media habrá en el buffer de espera? ¿Cuál es el tiempo promedio que tarda un paquete en atravesar el nodo?
(b) ¿Cuál es el valor medio del tiempo de servicio residual, condicionado a que el servidor esté ocupado? *Pista: expresar el tiempo de espera promedio en función de dicho tiempo residual y del número medio de paquetes en espera.*
(c) Asumir ahora que el nodo de comunicaciones divide los paquetes en trozos más pequeños antes de transmitirlos. A la vista de los datos anteriores, ¿en cuántos trozos se divide cada paquete? Representar la cadena de Markov que se podría utilizar para analizar el sistema.

Problema 28.

A un nodo de comunicaciones le llegan paquetes (proceso de *Poisson*), a una tasa de $\lambda = 75\ s^{-1}$. La capacidad de la interfaz de salida es de 512 `kbps`, y se supone que la longitud de los paquetes se puede modelar como una variable aleatoria uniforme, entre 0 y 2ℓ `Bytes`.

(a) Al monitorizar el nodo durante 10 horas, se observa que la interfaz está activa un total de 6 horas. ¿Cuántos paquetes en media habrá en el nodo de comunicaciones?
(b) Se pretende reducir el tiempo total (transferencia), para lo que se decide que se transmitan únicamente los paquetes cuya longitud esté comprendida en el intervalo $[\ell - \alpha, \ell + \alpha]$, rechazando el resto. ¿Cuál es el valor de α que hace que el tiempo de transferencia se sitúe por debajo de 15 ms? ¿Cuántos paquetes se descartarían a lo largo de un minuto?

Problema 29.

Una empresa pretende utilizar servicios en la nube para llevar a cabo análisis de Big Data. Estima que genera peticiones (proceso de Poisson) a una tasa de 40 hora^{-1}.

(a) La primera oferta que valora tiene un coste fijo de α € por hora por el uso del procesador, cuya capacidad permite que el tiempo medio por análisis sea de $T = 45\ s$. El coste incluye una segunda parte, que varía en función del uso que se haga del sistema de almacenamiento. Así, se pagaría una cantidad de $\beta \cdot T_W$, siendo T_W el tiempo total que esperan (en segundos) todas las peticiones que llegan a la máquina en una hora. ¿Cuánto sería el coste por hora en el que incurriría la empresa, si $\alpha = 100$ €, y $\beta = 0.05$ € por segundo?

(b) La empresa valora otra oferta, en la que el procesador presenta peores prestaciones, ya que el tiempo de análisis crece hasta los 54 segundos, pero también tiene un precio menor. Sabiendo que β no cambia (0.05 € por segundo), ¿cuál debería ser el precio de alquiler del procesador para que la empresa optara por esta oferta?

(c) La prestadora de servicios en la nube presenta una tercera alternativa, en la que pasaría a pagar una tarifa plana, independientemente del uso que haga del sistema de espera, con un valor de 3α. Calcular el valor de λ, en función de α y β, que hace que esta alternativa sea más económica, y calcular cuánto sería dicha tasa para los valores de α y β indicados en el apartado (a).

Problema 30.

A un conmutador llegan dos tipos de paquetes, siendo $\ell = 100$ `Bytes`.

- Flujo 1: longitud fija ℓ, tasa λ_1.
- Flujo 2: longitud distribuida uniformemente entre 2ℓ y 5ℓ, tasa λ_2.

(a) En un primer diseño se decide utilizar virtualización, de manera que cada flujo tenga una capacidad reservada. Se pretende que el retardo para los paquetes del flujo 1 sea menor de 10 *ms*. Si se supone que la tasa total es $\lambda = 100\ s^{-1}$, y que ambos flujos generan la misma cantidad de paquetes ($\lambda_1 = \lambda_2$), ¿cómo se tendría que repartir la capacidad total del servidor, que se supone de 320 `kbps`?

(b) ¿Cuánto tiempo estaría el sistema vacío en una hora de observación? ¿Cuántos paquetes habría, en media, esperando en el nodo?

(c) Se decide cambiar la configuración del nodo, eliminando la virtualización. ¿Cuánto es el retardo promedio por paquete? Calcular el retardo para cada flujo, comprobando la validez del resultado.

Al seleccionar aleatoriamente puntos de dos variables aleatorias, X e Y, se obtiene otra variable aleatoria Z, de manera que: $E[Z^n] = w_1 E[X^n] + w_2 E[Y^n]$, siendo w_1, w_2 la probabilidad de seleccionar X o Y, respectivamente

Problema 31.

La función de densidad de probabilidad del tiempo de espera (segundos) en un servicio de análisis en la nube (SaaS), que se puede modelar como un sistema MM1, viene dada por:

$$f_{T_W}(t) = \frac{3}{5}\delta(t) + \frac{2}{25}e^{-\frac{t}{5}} \qquad t \geq 0$$

(a) ¿Cuál es el valor de la utilización ρ en el sistema? ¿Cuál el valor medio del tiempo de espera? ¿Y el tiempo de servicio?

(b) ¿Con qué percentil se corresponde un tiempo de espera de 6.93 segundos?

(c) Si el sistema de almacenamiento tiene un coste de 0.3125 céntimos de euro por segundo, ¿cuál sería el coste total del servicio en una hora de funcionamiento?

(d) Repetir el apartado anterior, si el coste de almacenamiento no es lineal con el tiempo, sino que rige por la siguiente función: $\xi(t) = \frac{2t+t^2}{8}$, t en segundos, ξ en céntimos de euro.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t)dt = f(0) \quad ; \quad \int_0^x e^{-at}dt = \frac{1-e^{-ax}}{a} \quad ; \quad \int_0^\infty t \cdot e^{-at}dt = \frac{1}{a^2} \quad ; \quad \int_0^\infty t^2 \cdot e^{-at}dt = \frac{2}{a^3}$$

Problema 32.

Una empresa configura (técnicas de virtualización) un nodo de comunicaciones al que llegan paquetes a una tasa (proceso de *Poisson*) de 100 s^{-1}. La capacidad del enlace de salida es de 512 `kbps`. El sistema de espera tiene una tarificación por uso, de manera que la empresa paga $\frac{2}{90}$ € por minuto, contabilizando las esperas de todos los paquetes que atraviesan el nodo.

Tras monitorizar el comportamiento del nodo durante tiempo suficiente se observa que:

- La longitud de los paquetes se distribuye según una variable aleatoria uniforme, entre 0 y $\ell_{\max}$.
- En una semana de 5 días laborales, estando el nodo en funcionamiento durante 12 horas, la empresa paga 120 € por el uso del sistema de espera.

(a) ¿Cuál es el valor de $\ell_{\max}$? ¿Cuánto tiempo estaría libre la interfaz de salida del nodo en una hora de funcionamiento?

(b) Si la longitud de los paquetes fuera fija (manteniendo el valor medio del apartado anterior), ¿la ocupación del nodo sería mayor o menor? ¿Se pagaría más o menos por la utilización del sistema de espera?

Problema 33.

A un conmutador llegan dos flujos de paquetes, con longitudes fijas, ℓ_1 y ℓ_2, siendo $\ell_1 < \ell_2$. La capacidad de la interfaz de salida del nodo es de 640 `kbps`.

Tras observar su comportamiento durante una hora de operación, se obtienen los siguientes datos:

- Paquetes que llegan al conmutador durante el periodo de observación: 144000 paquetes.
- Paquetes de longitud ℓ_1 que llegan al nodo durante el periodo de observación: 36000 paquetes.
- Tiempo que la interfaz del nodo está ocupada: 24 minutos.
- Utilización total del sistema de espera (considerando todos los paquetes que llegan al conmutador durante el periodo de observación): 9.5 minutos.

(a) ¿Cuál es el retardo promedio por paquete? ¿Cuántos paquetes habrá en media en el sistema de espera?

(b) Establecer la función densidad de probabilidad de la longitud de los paquetes que llegan al nodo.

(c) Se decide modificar la configuración del conmutador, priorizando la transmisión del flujo con paquetes de menor longitud, de manera que siempre que haya un paquete de dicho flujo esperando se transmitirá antes que los del flujo 2. Calcular el retardo promedio correspondiente a ambos flujos. ¿Cuánto tiempo estaría la interfaz ocupada en una hora de observación?

Problema 34.

A un conmutador llegan (procesos de Poisson) dos tipos de paquetes, de longitudes fijas: ℓ y 2ℓ, con $\ell =$ 600 `Bytes`. La tasa total de paquetes es $\lambda = 150\ s^{-1}$, y se estima que se transmiten el doble de paquetes de longitud 2ℓ.

(a) Establecer la capacidad de salida necesaria en el conmutador, si se decide utilizar túneles virtuales, y se pretende que el retardo para los paquetes de longitud ℓ sea menor a 20 ms, y el correspondiente a los paquetes de longitud 2ℓ sea inferior a 50 ms. Asumir que la capacidad únicamente se puede contratar en pasos de 20 *kpbs*.

(b) ¿Cuál sería el retardo total para ambos tipos de paquetes, si la capacidad de salida del conmutador se fija a 1.3 `Mbps`, y se eliminan los túneles virtuales.

(c) Por motivos económicos se decide bajar la capacidad de salida hasta 1.2 `Mbps`. Además, para reducir el retardo de los paquetes de longitud ℓ, se sitúa un regulador de tráfico a la entrada del conmutador, que descarta los paquetes con longitud 2ℓ con una probabilidad $1 - \xi$. Calcular el valor de ξ para asegurar que $\tau_\ell \leq 20\ ms$.

Problema 35.

A un controlador de una red C-RAN llegan tramas según un proceso de Poisson. Cuenta con un procesador con capacidad 100 `Mbps`, y se supone que dispone de memoria suficiente para mantener tramas en espera hasta que puedan ser atendidas. Tras observar el funcionamiento del sistema durante 1 minuto, se recogen los siguientes datos:

- Tiempo de reposo: 30 segundos
- Tramas procesadas: 750000 tramas

(a) Asumiendo que la longitud de las tramas se puede modelar con una variable exponencial negativa, ¿cuál es el tiempo de espera promedio? ¿Cuánto sería este tiempo para las tramas que tienen que esperar? ¿Cuál sería la probabilidad de que hubiera 2 o más tramas esperando en el buffer?
(b) El sistema de gestión de red establece que el tiempo medio de espera es, por trama, 25 μs. ¿Cuál sería la desviación típica de la longitud de las tramas? ¿Cuántas tramas habría en media en el controlador (procesador + buffer)?
(c) Si el sistema de gestión registrara el tiempo de procesado que le quedaría a una trama que estuviera siendo procesada cuando llegara otra al controlador, ¿qué valor medio se obtendría? Realizar el cálculo de dos maneras diferentes.

Problema 36.

A un *router* llegan datagramas, según un proceso de Poisson, a una tasa $\lambda = 0.8\ ms^{-1}$. Se asume que su longitud se puede modelar como una variable aleatoria exponencial negativa, de media 256 Bytes. Se sabe además que la capacidad de la interfaz de salida del *router* es 2048 `kbps`.

(a) Calcular el retardo de los paquetes al atravesar el router. ¿Cuántos paquetes habría en media en el buffer de espera? Cuánto tiempo estaría activa la interfaz de salida en un minuto de observación. ¿Y el buffer de espera?
(b) Para reducir el retardo y la ocupación del nodo, se introduce un regulador, que descarta los paquetes cuya longitud sea mayor que ℓ. ¿Cuánto sería ℓ si se pretende tirar el $100 \cdot e^{-\frac{3}{2}}$ % de los datagramas entrantes?
(c) ¿Qué porcentaje de paquetes se descartarían si $\ell = 512$ B? ¿Cuánto tiempo estaría activa la interfaz en un minuto de operación?
(d) Calcular, para ese valor de ℓ, el retardo total en el router.

Problema 37.

A un nodo de comunicaciones llegan (se asume que según un proceso de Poisson) tramas cuya longitud se puede modelar como una variable aleatoria uniforme, entre 0 y ℓ. La capacidad de la interfaz de salida es de 100 Mbps.

Tras observar el nodo durante 1 minuto, se obtienen los siguientes datos.

- # total de tramas: 900000 tramas ($9 \cdot 10^5$)
- Tiempo medio de espera por trama: 100 μs

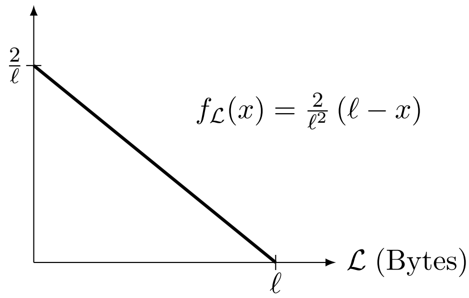
(a) ¿Cuál es el valor de ℓ? ¿Cuántas tramas hay en media en el nodo?
(b) ¿Cuál debería ser la capacidad de la interfaz de salida para que el tiempo medio de espera fuera inferior a 40 μs?

La empresa se plantea otra alternativa para lograr reducir el tiempo de espera, sin incrementar la capacidad de la interfaz, en la que añade un regulador, que descarta las tramas cuya longitud sea superior a $\alpha\ell \quad (\alpha < 1)$.

(c) Si $\alpha = 0.6$, ¿cuántas tramas se descartarían por minuto? ¿Cuál sería el retardo total en el nodo en este caso?
(d) Plantear la ecuación que permitiría encontrar el valor de α que se requiere para ajustar el tiempo de espera al mismo valor que en el apartado (b), y responder a las preguntas del apartado anterior, dejando los resultados en función de α.
Nota: también se considerará válido dar las respuestas numéricas.

Problema 38.

Se considera un nodo de comunicaciones, con una capacidad de 200 `kbps`. Se asume que las tramas llegan según un proceso de Poisson, con una tasa $\lambda = 50\ s^{-1}$, y que el buffer tiene capacidad suficiente para mantener tramas en espera. La longitud de las tramas que llegan sigue la distribución que se muestra en la figura.



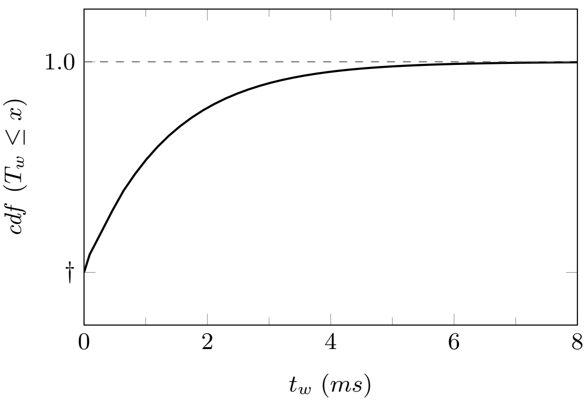
(a) ¿Cuál sería el máximo valor de ℓ admisible, si se pretende que la ocupación del nodo no supere el 80 %? ¿Cuál sería el retardo total en ese caso?
(b) Para ese valor de ℓ, ¿cuál debería ser la capacidad de la interfaz de salida para que el tiempo medio de espera fuera inferior a 20 ms?

Se asume que $\ell = 1500$ `Bytes`. Para no incrementar la capacidad del nodo (que se mantiene en 200 `kbps`), se deciden descartar las tramas cuya longitud sea superior a $\frac{2}{3}\ell$.

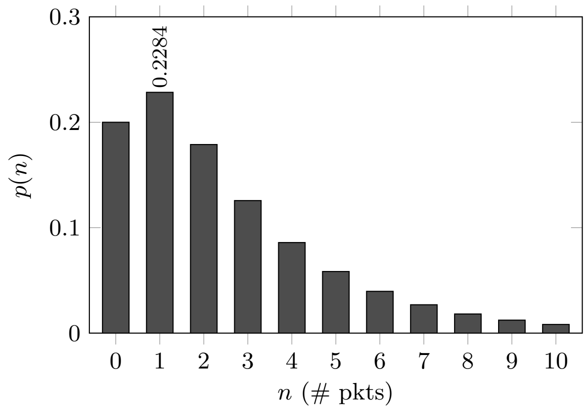
(c) ¿Cuántas tramas se rechazarían en un minuto? ¿Cuántas tramas habría esperando, en media, en el nodo? ¿Cuál sería el retardo en este caso?

Problema 39.

Un *router* tiene una interfaz de salida con una capacidad de 4 `Mbps`. Le llegan paquetes, según un proceso de Poisson, a una tasa $\lambda = 1.6\ ms^{-1}$. Se sabe que el tiempo medio de transmisión es 0.5 ms. Además, se asume que la longitud de los paquetes se puede modelar como una variable aleatoria uniforme. Tras observar el comportamiento del nodo durante un tiempo suficiente, se comprueba que el tiempo de transferencia (espera+transmisión) es 1.62 ms. Además, se obtienen las siguientes gráficas: (1) función de probabilidad acumulada del tiempo de espera; (2) función densidad de probabilidad de la ocupación (# de paquetes en el *router*).



(1) cdf del tiempo de espera



(b) pdf de la ocupación del router

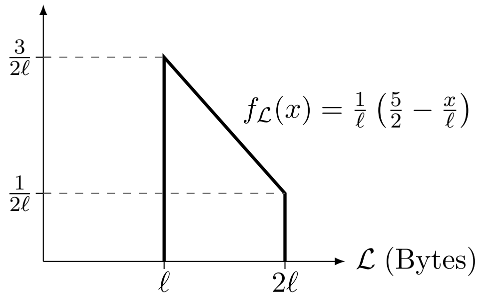
(a) ¿Cuáles son las longitudes máxima y mínima de los paquetes que llegan al *router*? ¿Cuánto tiempo está la interfaz activa en un minuto de observación? ¿Y el buffer? ¿Cuál es el valor que aparece marcado con el símbolo † en la Figura (1)?

Para reducir el tiempo de transferencia se decide incorporar un regulador de tráfico. Su operación se configura para que mantenga la longitud media de los paquetes que se transmiten, así como su distribución uniforme, modificando únicamente sus longitudes máxima y mínima.

(b) ¿Cambiaría el tiempo en el que la interfaz está activa en un minuto de observación? Justificar la respuesta.
(c) ¿Cuál sería el tiempo de transferencia si se deciden aceptar únicamente el 75 % de paquetes recibidos?
(d) ¿Cómo se podría establecer el % de paquetes que se tendría que descartar para que el tiempo de transferencia no supere 1 ms? Dar un valor aproximado para dicho porcentaje.

Problema 40.

A un nodo de comunicaciones llegan (se asume que según un proceso de Poisson) tramas cuya longitud se puede modelar como una variable aleatoria, con función densidad de probabilidad que se muestra en la figura. Se sabe que la capacidad de la interfaz es de 1.7 `Mbps` y que la tasa de llegadas es de 100 tramas por segundo. Al observar el nodo durante 1 minuto, se determina que está en reposo 21.6 segundos.



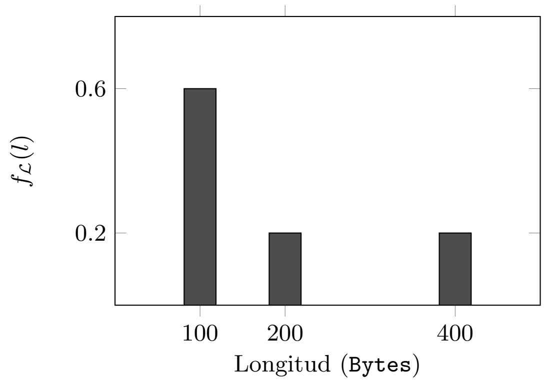
(a) ¿Cuál es el valor de ℓ?

(b) ¿Cuál es el retardo total en el nodo? ¿Cuántas tramas están, en media, esperando en el buffer?

(c) ¿Cuál es la capacidad mínima necesaria para que el tiempo de espera no supere el 40 % del tiempo de transmisión? ¿Cuál es el retardo total en este caso?

Problema 41.

A un nodo de comunicaciones llegan (se asume que según un proceso de Poisson) tramas que pueden ser de tres longitudes diferentes, según la función densidad de probabilidad que se muestra en la figura. La capacidad de la interfaz es de 40 `kpbs`. Se supone que el nodo tiene capacidad para mantener tramas en espera. Al monitorizar el sistema durante 1 minuto se observa que la interfaz está activa 54 segundos.



(a) ¿Cuál es la tasa de tramas que llegan al nodo? ¿Cuántas tramas de cada tipo llegarían en 1 minuto de observación?

(b) ¿Cuál sería el retardo medio total? ¿Cuál sería dicho retardo para los tres tipos de tramas? ¿Cuántas tramas esperan, en media, en el buffer de espera?

Para reducir la ocupación de la interfaz, se decide descartar las tramas de longitud 200 `Bytes`.

(c) ¿Qué reducción (en términos relativos) se consigue en la ocupación de la interfaz?

(d) ¿Cuál es el retardo medio en este caso? ¿Y para cada tipo de paquete?

Problema 42.

Considerar un nodo de comunicaciones, con capacidad 2.7 `Mbps`. Le llegan paquetes, según un proceso de Poisson, a una tasa $\lambda = 0.5\ ms^{-1}$. Se reciben tres tipos de paquetes: α, β, γ, con longitudes $\ell_\alpha = 200$, $\ell_\beta = 400$, $\ell_\gamma =$? Bytes. Al observar el nodo durante un segundo, se registran 50 paquetes α y 250 paquetes β. Además, la interfaz está libre 200 ms. en dicho intervalo.

(a) ¿Cuánto vale ℓ_γ? ¿Cuál es el retardo promedio? ¿Y para cada tipo de paquete?

(b) ¿Cuántos paquetes habrá, en media, en el nodo? ¿Cuántos serían de cada tipo de paquete?

Se pretende reducir la ocupación de la interfaz, hasta $\rho = 0.6$, para lo que se decide descartar paquetes.

(c) En una primera configuración se descartan, por igual, todos los paquetes, independientemente del tipo que sean. ¿Cuál debería ser la probabilidad de descarte? ¿Cuál sería el retardo medio en este caso? ¿Y por cada tipo de paquete?

(d) En una segunda configuración únicamente se descartan paquetes de tipo γ. ¿Cuál debería ser la probabilidad de descarte? Calcular nuevamente el retardo promedio en el nodo, y para cada tipo de paquete.

Problema 43.

A un nodo de comunicaciones llegan dos flujos, según procesos de Poisson, con tasas $\lambda_1 = 200\ s^{-1}$ y $\lambda_2 = 300\ s^{-1}$. Las tramas del flujo 1 tienen una longitud (fija) de $\ell_1 = 200$ Bytes, y los del flujo 2 también son de tamaño fijo, $\ell_2 = 800$ Bytes. La capacidad de la interfaz de salida es de 3 Mbps.

(a) En una primera configuración se decide separar, utilizando técnicas de virtualización, la capacidad asignada a cada flujo, pudiéndose configurar en pasos de 100 kbps. Se requiere que el retardo para las tramas del flujo 1 sea inferior a 2 ms. ¿Cuál sería el retardo para cada flujo? ¿Y el retardo promedio? ¿Cuál es la ocupación total?

(b) La tecnología del nodo no permite virtualizar la capacidad de la interfaz de salida, por lo que ambos flujos se combinan. ¿Cuál sería el retardo para cada tipo de paquete en este caso? ¿Y la ocupación del nodo?

(c) Se decide utilizar un sistema de prioridad, de manera que los paquetes del flujo 1 que estén esperando siempre se atenderán antes que los del flujo 2. ¿Cuáles serían los retardos en este caso? ¿Y la ocupación?

(d) El sistema de *scheduling* del nodo no permite establecer prioridades, por lo que que para garantizar el criterio de retardo para el flujo 1, y tomando como punto de partida la configuración del apartado b, se decide rechazar tramas del flujo 2, utilizando un regulador de tráfico. ¿Cuáles serían los retardos si el regulador se configura para rechazar el 20 % de las tramas?

Problema 44.

Un nodo CRAN con una capacidad de 5 Mbps recibe paquetes pertenecientes a dos tipos de servicios, según sendos procesos de Poisson, de tasas $\lambda_1 = 400\ s^{-1}$ y $\lambda_2 = 100\ s^{-1}$. La longitud de los paquetes del primero de ellos se puede modelar con una variable aleatoria exponencial negativa, de media $\ell =$ 800 Bytes. Por su parte, la longitud de los paquetes del servicio 2 es constante, coincidiendo con la longitud media de los paquetes del servicio 1, ℓ Bytes.

(a) En una primera configuración se pretende utilizar técnicas de virtualización para separar la capacidad del nodo para ambos servicios (en pasos de 100 kbps). Si se necesita que el retardo para las tramas del servicio 2 sea inferior a 4 ms, ¿cómo se tendría que repartir la capacidad? ¿Cuál sería el retardo para ambos servicios? ¿Y la ocupación del nodo?

(b) Calcular nuevamente el retardo para cada servicio y la ocupación del nodo, si la capacidad no se pudiera separar mediante virtualización.

(c) Manteniendo la configuración del apartado anterior (esto es, sin virtualización), se decide descartar paquetes del servicio 1 para reducir el retardo aún más, ya que los requisitos del servicio 2 son más exigentes que los inicialmente previstos. ¿Cuál debería ser la probabilidad de descarte, para conseguir que el retardo para los paquetes del servicio 2 no supere los 2.5 ms?

Al seleccionar aleatoriamente puntos de dos variables aleatorias, X e Y, se obtiene otra variable aleatoria Z, de manera que: $E[Z^n] = w_1 E[X^n] + w_2 E[Y^n]$, siendo w_1, w_2 la probabilidad de seleccionar X o Y, respectivamente

E.T.S.I.I.T - Grado en Ingeniería de Tecnologías de Telecomunicación

Dimensionado y Planificación de Redes

Tema 3 - Sistemas M/M/1 y extensiones
Soluciones de la hoja de problemas

Problema 1.

(a) 1800 segundos.
(b) 1800 segundos.
(c) $\rho = 0.29$.

Problema 2.

(a) $\frac{375}{8}$ milisegundos.

Problema 3.

(a) 50.29 milisegundos.

Problema 4.

(a) $u = 320$ pkt/s.
(b) $\lambda_1 = \frac{1600}{3}$ pkt/s
$\lambda_2 = \frac{320}{3}$ pkt/s.

Problema 5.

(a) *Configuración I*
$t_s = 0.05$ ms - $\rho = 0.5 \cdot 10^{-3}$ - $t_w = 2.5 \cdot 10^{-8}$ s - $N_w = 2.5 \cdot 10^{-7}$ paquetes
Configuración II
$t_s = 0.5$ ms - $\rho = 0.5 \cdot 10^{-3}$ - $t_w = 2.5 \cdot 10^{-7}$ s - $N_w = 2.5 \cdot 10^{-6}$ paquetes (por enlace): $2.5 \cdot 10^{-5}$ paquetes (global)
Configuración III
$t_s = 0.05$ ms - $\rho = 0.5 \cdot 10^{-3}$ - $t_w = 2.5 \cdot 10^{-8}$ s - $N_w = 2.5 \cdot 10^{-7}$ paquetes (por enlace): $2.5 \cdot 10^{-6}$ paquetes (global)
(b)

Problema 6.

(a) $t_s = 25$ ms.
(b) $\rho = 0.4$
$t_t = 41.67$ ms.
(c) $t_w = 16.67$ ms
$N_w = 0.267$ paquetes.
(d) Pr(canal libre) $= 0.6$
Pr(no paquetes en cola) $= 0.84$.
(e) $\lambda_{\text{máx}} = 40$ pkt/s
(f) $\overline{N_{\text{saltos}}} = 1.5$
$\overline{t} = 49.1$ ms.
(g) $\overline{N_{\text{saltos}}} = 1.67$
$\overline{t} = 41.67$ ms.
(h) (f) $\overline{t} = 71.43$ ms.
(g) $\overline{t} = 111.11$ ms.

Problema 7.

(a) $t_s = 200$ ms
$t_w = 50$ ms - $N_w = \frac{1}{20}$
$t_t = 250$ ms - $N_t = \frac{1}{4}$
(b) $t_t = 500$ ms
(c) $\alpha \approx 0.8$
$t_t = 475$ ms

Problema 8.

(a) $t_s = 200$ ms
$t_w = 50$ ms
$t_t = 250$ ms
$\lambda_{\text{máx}} = 5$ pkt/s
(b) $\lambda_1 = \frac{8}{3}$ pkt/s
$\lambda_2 = \frac{4}{3}$ pkt/s.
$t_t = \frac{4}{7}$ s
(c) $\lambda_1 = 2.95$ pkt/s
$\lambda_2 = 1.05$ pkt/s.
$t_t = 0.54$ s

Problema 9.

(a) $t_s = 50$ ms
$t_t = 62.5$ ms - $N_t = \frac{1}{4}$
(b) $t_w = 62.5$ ms
(c) $\lambda_{\text{máx}} = 20$ pkt/s
$C_{\text{mín}} = 153.6$ kbps
(d) $t_t = \frac{1000}{3}$ ms
(e) $t_w = \frac{800}{3}$ ms
$(t_w)_{\text{espera}} = \frac{1000}{3}$ ms

Problema 10.

(a) $\lambda_{\text{máx}} = 10$ pkt/s
(b) $t_w = 67$ ms
$t_t = 167$ ms
(c) $(N_w)_{\text{nodo}} = \frac{4}{5}$
Pr(todos enlaces vacíos) $= 0.216$

Problema 11.

(a) $C_1 = 100$ Mbps
$C_2 = 50$ Mbps
(b) (1) $t_w = 50\mu s$ - $t_t = 100\mu s$
(2) $t_w = 100\mu s$ - $t_t = 200\mu s$
(c) (1) $(N_w)_{\text{nodo}} = \frac{1}{2}$
(1) Pr(todos enlaces vacíos) $= \frac{1}{2}$
(2) $(N_w)_{\text{nodo}} = 1$
(1) Pr(todos enlaces vacíos) $= \frac{1}{4}$

Problema 15.

(a) $\rho = 0.8 \quad \tau = 6\ ms \quad N_t = 2.4$ pkt
(b) $T_Q = 4\ ms \quad T_Q^{\text{esperan}} = 5\ ms$
(c) $\lambda = 333.3$ paquetes$/s$

Problema 16.

≈ 625.4 `kpbs`

Problema 17.

(a) $\tau = 0.151\ s$
(b) $N_w = 0.2533$ paquetes
(c) $C = 150$ `kbps`

Problema 18.

(a) $N_t = 2.4$ paquetes
(b) $L = 1024$ Bytes
(c) $\lambda = 41.7$ pkt$/s$, $C = 574.313$ `kbps`

Problema 19.

(a) $C = 2100$ kbps
(b) $(T_t)_1 = 12\ ms$, $(T_t)_2 = 10\ ms$
(c) $(T_t)_1 = 2.29\ ms$, $(T_t)_2 = 33.13\ ms$

Problema 20.

(a) $C = 4096$ kbps
(b) $T_Q^{\text{esperan}} = \frac{10}{3}\ ms$

Problema 21.

(a) $\overline{\mathcal{L}} = 640$ `Bytes`, $\sigma_{\mathcal{L}} \approx 452.53$ `Bytes`
(b) $\lambda_{\max} \approx 57.143$ pkt$/s$
(c) $\xi = 2$

Problema 22.

(a) $T_T = \frac{200}{3}$ ms
(b) $N_T = \frac{4}{9}$ paquetes

Problema 23.

$[\ell_{\min}, \ell_{\max}] = [700, 1300]$ Bytes

Problema 24.

(a) $\%_{2\ell} \approx 40\,\%$ o $\approx 27\,\%$
(b) $ifaz_{\mathrm{ON}}$: 28.3 s

Problema 25.

(a) $C = 1400$ `kbps`
(b) 1.4 `Mbps` : $\tau_{rt}, \tau_{nrt} = \{4.74, 14.13 \text{ ms}\}$
1.0 `Mbps` : $\tau_{rt}, \tau_{nrt} = \{8.62, 49.44 \text{ ms}\}$

Problema 26.

(a) $t_{75} \approx 16$ s
(b) $T_T = 33.33$ s

Problema 27.

(a) 0.3125 paquetes, 26 ms
(b) 10 ms
(c) 4 trozos por paquete

Problema 28.

(a) 1.2 paquetes
(b) 489 `Bytes` (requiere resolver las raíces de un polinomio de grado 3)

Problema 29.

(a) 190 €
(b) 28 €
(c) $\lambda = \frac{\sqrt{\rho^2+7200\ \alpha\ \beta}-\alpha}{T_s[s]\ \beta}$
$\lambda = 50.88\ h^{-1}$

Problema 30.

(a) $C_1 = 105$ `kbps`, $C_2 = 215$ `kbps`
(b) 12.93 m, $N_w = 0.762$ pkt
(c) $\overline{\tau} = 10.625\ ms$
$\tau_1 = 7.5\ ms,\ \tau_2 = 13.75\ ms$

Problema 31.

(a) $\rho = \frac{2}{5},\ T_w = 2\ s,\ T_s = 3\ s$
(b) 0.9
(c) 3 €
(d) 14.4 €

Problema 32.

(a) $\ell_{\max} = 960$ `Bytes`, 15 m
(b)

Problema 33.

(a) 13.96 ms, 0.1583 paquetes
(b) $\mathcal{P}_{\ell=200} = \frac{1}{4},\ \mathcal{P}_{\ell=1000} = \frac{3}{4}$
(c) $\tau_1 = 4.94\ ms,\ \tau_2 = 16.56\ ms$, 24 min

Problema 34.

(a) 1500 `kbps`
(b) $\tau_\ell = 43.88\ ms,\ \tau_{2\ell} = 47.574\ ms$
(c) 0.775

Problema 35.

(a) $T_w = 40\ \mu s,\ T_w^{\text{esperan}} = 80\ \mu s,\ 0.125$
(b) $\sigma_L = 250\ B$, 0.8125 tramas
(c) 25 μs

Problema 36.

(a) 5 ms, 3.2 paquetes, 48 s, 38.4 s
(b) $\ell = 384$ Bytes
(c) e^{-2}, 28.51 s
(d) 1.179 ms

Problema 37.

(a) $\ell = 1250$Bytes, 2.25 tramas
(b) 125 Mbps
(c) 360000 tramas, 37.4 μs
(d) $\alpha = 0.8776$, 110160 tramas, 83.88 μs

Problema 38.

(a) $\ell = 1200$ Bytes, 64 ms
(b) 240 kbps
(c) 333.33 tramas, 1.524 tramas, 50.952 ms

Problema 39.

(a) 400 y 100 Bytes; 48 s; 34.3 s; $\dagger = 0.2$
(b) Sí, sería menor
(c) 0.9 ms
(d) $\alpha = 0.8$

Problema 40.

(a) $\ell = 960$ Bytes
(b) 12.3 ms; 0.59 tramas
(c) 2500 kbps; 6.09 ms

Problema 41.

(a) 25 s^{-1}; 900, 300 y 300 tramas
(b) 266 ms; 250, 270 y 310 ms; 5.75 tramas
(c) 22.2 %
(d) 98.33 ms; 83.33 y 143.33 ms

Problema 42.

(a) 800 B; 5.331 ms; 4.324, 4.916, 6.102 ms
(b) 2.667 pkt; 0.216, 1.229, 1.22 pkt
(c) 0.25; 3 ms; 2, 2.58, 3.77 ms
(d) 0.422; 2.71 ms; 1.86, 2.46, 3.64 ms

Problema 43.

(a) 1.976 y 41.6 ms, 25.75 ms, 0.747
(b) 3.35 y 4.95 ms, 0.747
(c) 1.33 y 5.28 ms, 0.747
(d) 2.096 y 3.646 ms

Problema 44.

(a) 3 y 2 Mbps, 14.54 y 3.95 ms, 0.64
(b) 3.33 ms (para ambos), 0.64
(c) 0.233