E.T.S.I.I.T - Grado en Ingeniería de Tecnologías de Telecomunicación

Dimensionado y Planificación de Redes

Curso 2023/2024

P1	
P2	
P3	
P4	

Examen de la convocatoria ordinaria

Problemas

Apellidos:... **Nombre:**..................................

Problema 1 *(1.7 puntos)*. A un nodo de comunicaciones llegan tramas (se supone que según un proceso de Poisson) a una tasa de 400 s^{-1}. La distribución de la longitud de las tramas se puede modelar con una variable aleatoria triangular (ver figura) entre $a = \ell$ y $b = 4\ell$, siendo $\ell = 100$ *Bytes*.

(a) **[0.3 puntos]** Calcular el retardo si la capacidad del nodo se fija a $C = 1.2$ *Mbps*. ¿Cuántas tramas, en media, habría en el buffer de espera?

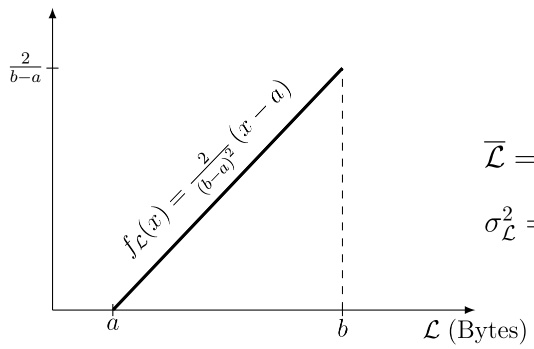
Se pretende reducir el retardo hasta los 4 *ms*, para lo que se contemplan tres posibles modificaciones al sistema anterior:

i. Incrementar la capacidad del nodo, hasta $\delta \cdot C$, con $\delta > 1$.
ii. Descartar (de manera aleatoria) tramas, con probabilidad γ.
iii. Descartar todas las tramas con una longitud mayor que $\xi \cdot \ell$ *Bytes*.

(b) **[0.6 puntos]** Calcular los valores de δ y γ.
(c) **[0.5 puntos]** Calcular el valor de ξ.

Se decide utilizar la configuración (ii), con $\gamma = 0.2$.

(d) **[0.3 puntos]** ¿Cuál debería ser el valor de ξ para que el porcentaje de tramas descartadas fuera el mismo en la configuración (iii)?



$\overline{\mathcal{L}} = \frac{a+2b}{3}$

$\sigma^2_{\mathcal{L}} = \frac{(b-a)^2}{18}$

Función densidad de probabilidad (fdp) de la va triangular, valor medio y varianza

En un sistema MG1, la fórmula de Pollaczek-Khintchine se puede utilizar para calcular el tiempo medio de espera: $T_Q = T_S \cdot \frac{\rho}{1-\rho} \cdot \frac{1+C(T_S)^2}{2}$

Problema 2 *(1.7 puntos)*. Una empresa dispone de un sistema de computación en el *edge* para llevar a cabo análisis. Teniendo en cuenta la cantidad de datos necesarios, así como la necesidad de que los resultados se generen con un retardo mínimo, se decide configurar el sistema para que no haya espera.

Se reciben peticiones de dos tipos: α y β. El tráfico correspondiente es de 1.6 y 1 *Erlangs*, respectivamente. Teniendo en cuenta las características de ambos tipos de análisis, se establece que los pertenecientes a α necesitan un recurso (procesador), mientras que los β requieren de 3 recursos para ser ejecutados.

(a) **[0.6 puntos]** Utilizando un método aproximado, a partir de un único tráfico equivalente (no de Poisson), dimensionar el sistema de computación (número de recursos necesarios) si se pretende que la probabilidad de pérdida sea inferior al 5 %.

(b) **[0.5 puntos]** La empresa decide finalmente desplegar 8 recursos. Utilizar el algoritmo propuesto por Kaufman (ver figura) para establecer la probabilidad de pérdida de ambos tipos de peticiones.

Para reducir la probabilidad de bloqueo de las peticiones β, la empresa se plantea desplegar recursos adicionales, que únicamente se utilizarían para procesar los análisis de este tipo que hubieran sido descartados por el sistema anterior, el del apartado (b), con 8 recursos.

(c) **[0.6 puntos]** ¿Cuántos recursos serán necesarios en el sistema de respaldo, si se supone que se pretende tener una probabilidad de bloqueo del 2 % para los análisis β?
En este caso, para aplicar las fórmulas de Kosten con el tráfico desbordado correspondiente a las peticiones β se tendrá que utilizar, para el parámetro S en la expresión de la varianza, un valor de recursos 'sintéticos' ($S_\dagger$), de manera que $EB\left(S_\dagger, A_\beta\right)$ coincida con la probabilidad de bloqueo calculada en el apartado (b). Por su parte, el valor medio del tráfico desbordado será el producto de A_β y dicha probabilidad de bloqueo.

Si no se dice explícitamente lo contrario, se pide dar siempre la solución más exacta posible.

```
input: C, λ_j, μ_j, b_j, j = 1...K
output: PB_j
g(0) = 1
for c = 1 to C
   aux = 0
   for j = 1 to K
      % g(c) = 0 if c < 0
      aux = aux + b_j · ρ_j · g(c-b_j)
   end
   g(c) = aux / c
end
G = 0
for c = 0 to C
   G = G + g(c)
end
for c = 0 to C
   q(c) = g(c) / G
end
for j = 1 to K
   PB_j = 0
   for c = C - b_j + 1 to C
      PB_j = PB_j + q(c)
   end
end
```

Algoritmo iterativo de Kaufman

$$E(A_d) = A_d = A \cdot EB(S, A)$$

$$V(A_d) = A_d \left[1 - A_d + \frac{A}{1 + S - A + A_d}\right]$$

Fórmulas de Kosten para el tráfico de desbordamiento
A es el tráfico ofrecido al primer grupo de S circuitos

Problema 3 *(1.6 puntos)*. Se quiere analizar el comportamiento de un sistema de computación en la nube, en el que no se pueden mantener peticiones en espera. Cada fuente no podría generar peticiones hasta que la anterior no hubiera finalizado (o haya sido rechazada). Se decide contratar una configuración de 10 recursos, y se van conectando fuentes al sistema, monitorizando el tiempo en el que todos los recursos están ocupados de manera simultánea (en una hora de observación), ξ. Se genera así la gráfica que se muestra en la figura.

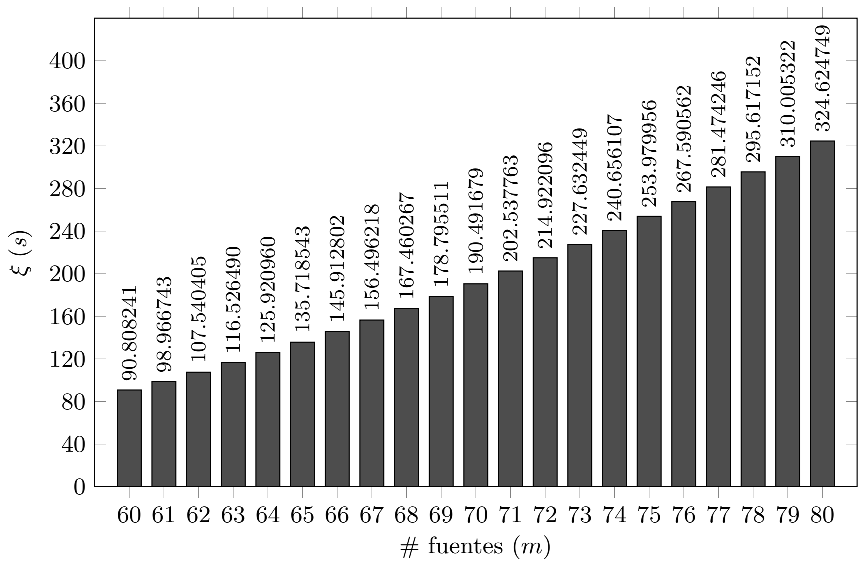
(a) **[0.4 puntos]** ¿Cuántas fuentes se podrían conectar al sistema, si se necesita que la probabilidad de pérdida sea inferior al 5 %?

Finalmente se deciden conectar $m = 75$ fuentes, y tras varias semanas de operación, se analiza el comportamiento del sistema. Se observa que, en media, se reciben 411.5922 análisis por minuto y que el tiempo medio de análisis es de 1 segundo.

(b) **[0.4 puntos]** ¿Cuál es la tasa por fuente libre?

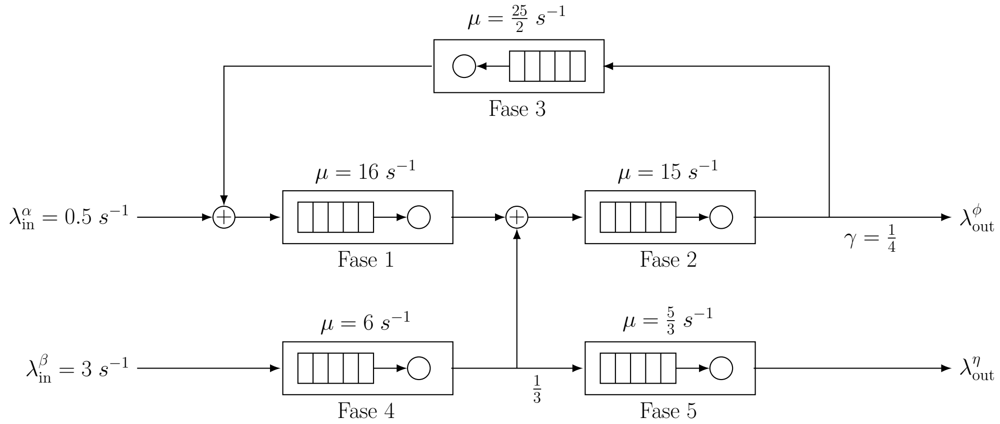
(c) **[0.4 puntos]** Si se observara el sistema durante una hora, ¿cuánto tiempo estarían los 10 recursos en reposo de manera simultánea? ¿Cuántos minutos estaría activo cada uno de los 10 recursos?

(d) **[0.4 puntos]** La empresa que proporciona el servicio programa, de manera puntual, operaciones de mantenimiento, durante las cuales el número de recursos se reduce, pasando a ser 8. ¿Cuál sería el incremento en la probabilidad de pérdida que se produciría en esos intervalos?



Pista: *En un sistema M/M/s/s/m, con* $s \leq m$, $p_i = \frac{\binom{m}{i} a^i}{\sum_{k=0}^{S} \binom{m}{k} a^k}$. *La probabilidad de pérdida se puede calcular con la fórmula de Engset, de manera recursiva:* $Eng(k, M, a) = \frac{a(M-k)Eng(k-1,M,a)}{k+a(M-k)Eng(k-1,M,a)}$. *El tráfico cursado se puede calcular como* $TC = \sum_{i=0}^{S} i p_i$, *siendo* i *el estado correspondiente en la cadena de Markov, y* $TC = TO(1 - P_L)$

Problema 4 *(2 puntos)*. Para modelar un proceso de ingeniería se utiliza la red que se muestra en la figura:



(a) **[0.4 puntos]** Modelar el sistema como una Red de Jackson Abierta y establecer las matrices de flujo y transición. ¿Cuál es la tasa de entrada a cada uno de los nodos? ¿Cuáles son las tasas de salida?

(b) **[0.6 puntos]** ¿Cuánto tiempo tardaría una petición en atravesar el sistema? ¿Cuánto sería ese tiempo para los dos tipos de peticiones, α y β?
Pista: *La media de una variable aleatoria geométrica, de parámetro p, es* $\frac{p}{1-p}$.

(c) **[0.4 puntos]** Si se pretende que la ocupación de todas las fases esté por debajo del 80 %, ¿cuáles serían las tasas máximas de entrada que se podrían admitir al sistema, asumiendo que se mantiene la proporcionalidad entre ellas?

Teniendo en cuenta que las peticiones crecen, se decide modificar la operación del sistema, estableciendo que únicamente se admitan 10 análisis de manera simultánea. Cuando uno de ellos abandona el sistema, entraría el siguiente de manera automática, pues se asume que siempre hay peticiones esperando para ser analizadas.

(d) **[0.3 puntos]** Representar el sistema como una Red de Jackson Cerrada. ¿Cuántos estados posibles habría?

Con esta nueva configuración se observa el sistema durante tiempo suficiente, y se establecen las tasas de entrada a cada una de las fases, así como su ocupación media, dando los resultados que se muestran en la tabla. Se sabe además que la probabilidad que un análisis finalice correctamente tras pasar por la fase 2, γ, es diferente al valor inicial.

	Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5
$\lambda\ (s^{-1})$	7.9730	10.8723	7.2482	4.3489	1.4496
$\overline{L}$ (pet.)	0.9402	2.1124	1.2623	2.1124	3.5727

(e) **[0.3 puntos]** Si se sabe que una petición tarda, en media, 1.9709 s en abandonar el sistema, ¿qué valor tiene γ?

Fórmula de Erlang-B: A de 0.1 a 6.0 *Erlangs*. S de 1 a 10

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
0.1	090909	004525	000151	000004						
0.2	166667	016393	001092	000055	000002					
0.3	230769	033457	003335	000250	000015	000001				
0.4	285714	054054	007156	000715	000057	000004				
0.5	333333	076923	012658	001580	000158	000013	000001			
0.6	375000	101124	019824	002965	000356	000036	000003			
0.7	411765	125964	028552	004972	000696	000081	000008	000001		
0.8	444444	150943	038694	007679	001227	000164	000019	000002		
0.9	473684	175705	050072	011141	002001	000300	000039	000004		
1.0	500000	200000	062500	015385	003067	000511	000073	000009	000001	
1.1	523810	223660	075793	020417	004472	000819	000129	000018	000002	
1.2	545455	246575	089776	026226	006255	001249	000214	000032	000004	000001
1.3	565217	268680	104286	032782	008451	001828	000339	000055	000008	000001
1.4	583333	289941	119180	040043	011088	002580	000516	000090	000014	000002
1.5	600000	310345	134328	047957	014183	003533	000757	000142	000024	000004
1.6	615385	329897	149620	056469	017749	004711	001076	000215	000038	000006
1.7	629630	348613	164960	065515	021790	006136	001488	000316	000060	000010
1.8	642857	366516	180267	075033	026302	007829	002009	000452	000090	000016
1.9	655172	383634	195474	084962	031276	009807	002655	000630	000133	000025
2.0	666667	400000	210526	095238	036697	012085	003441	000859	000191	000038
2.1	677419	415646	225378	105804	042547	014673	004383	001149	000268	000056
2.2	687500	430605	239993	116605	048802	017580	005495	001509	000369	000081
2.3	696970	444912	254343	127588	055437	020809	006791	001949	000498	000114
2.4	705882	458599	268406	138706	062423	024361	008283	002479	000661	000159
2.5	714286	471698	282167	149916	069731	028234	009983	003110	000863	000216
2.6	722222	484241	295614	161179	077331	032424	011900	003853	001112	000289
2.7	729730	496256	308738	172458	085194	036922	014041	004717	001413	000381
2.8	736842	507772	321537	183724	093288	041718	016413	005712	001774	000496
2.9	743590	518816	334009	194948	101584	046801	019020	006848	002202	000638
3.0	750000	529412	346154	206107	110054	052157	021864	008132	002703	000810
3.1	756098	539585	357975	217178	118671	057771	024946	009574	003287	001018
3.2	761905	549356	369475	228145	127409	063628	028265	011180	003959	001265
3.3	767442	558748	380660	238991	136244	069710	031818	012955	004728	001558
3.4	772727	567780	391536	249703	145152	076001	035601	014905	005599	001900
3.5	777778	576471	402110	260271	154112	082484	039608	017033	006581	002298
3.6	782609	584838	412389	270685	163105	089140	043834	019344	007678	002756
3.7	787234	592897	422379	280938	172113	095952	048270	021837	008898	003281
3.8	791667	600666	432090	291024	181119	102905	052907	024515	010245	003878
3.9	795918	608157	441529	300939	190108	109980	057737	027376	011724	004552
4.0	800000	615385	450704	310680	199067	117162	062749	030420	013340	005308
4.1	803922	622362	459623	320243	207983	124437	067933	033644	015095	006151
4.2	807692	629101	468295	329628	216846	131788	073278	037046	016994	007087
4.3	811321	635614	476726	338835	225645	139202	078774	040621	019038	008120
4.4	814815	641910	484926	347862	234373	146666	084408	044365	021229	009254
4.5	818182	648000	492901	356712	243021	154166	090170	048272	023567	010494
4.6	821429	653894	500658	365384	251583	161693	096050	052338	026054	011843
4.7	824561	659600	508206	373882	260053	169234	102035	056555	028687	013304
4.8	827586	665127	515552	382206	268427	176780	108115	060917	031467	014879
4.9	830508	670483	522701	390359	276700	184320	114279	065417	034391	016572
5.0	833333	675676	529661	398343	284868	191847	120519	070048	037458	018385
5.1	836066	680712	536438	406161	292929	199353	126823	074802	040664	020317
5.2	838710	685598	543039	413817	300880	206829	133182	079671	044007	022371
5.3	841270	690342	549469	421312	308719	214270	139587	084649	047482	024548
5.4	843750	694948	555734	428650	316446	221670	146031	089726	051086	026846
5.5	846154	699422	561840	435835	324059	229022	152503	094897	054814	029265
5.6	848485	703770	567793	442869	331557	236322	158998	100152	058661	031805
5.7	850746	707997	573596	449756	338940	243566	165507	105485	062623	034465
5.8	852941	712108	579256	456499	346208	250750	172024	110888	066695	037242
5.9	855072	716108	584777	463101	353361	257870	178542	116354	070871	040135
6.0	857143	720000	590164	469565	360400	264922	185055	121876	075145	043142