

Dimensionado y Planificación de Redes

Tema 2 – Algoritmos sobre grafos

Ramón Agüero Calvo

ramon.agueroc@unican.es

Contenido

- Búsqueda del camino de coste mínimo
- Problemas de localización - p-mediana
- El problema del viajante (TSP)

Contenido

- Búsqueda del camino de coste mínimo
- Problemas de localización - p-mediana
- El problema del viajante (TSP)

Introducción

- Se trata de uno de los problemas principales en el ámbito de las redes
- Se pueden emplear para varias aplicaciones
 - No se restringen únicamente a encontrar los caminos de coste mínimo
- Tipos de problemas
 - De una fuente al resto de nodos con enlaces de coste no negativo
 - De una fuente al resto de nodos con enlaces de coste arbitrario
 - De todos los nodos a todos los nodos
 - Generalizaciones de varios tipos
 - Capacidad máxima
 - Fiabilidad máxima
 - Penalizaciones
 - Con restricciones adicionales

Formulación matemática

- Se considera un grafo $G(N,E)$ dirigido, y un nodo s , fuente
- Se plantea el problema como mandar una única unidad de flujo entre s y el resto de nodos de la red
 - Primera restricción: el balance de flujos en la fuente es $n-1$ y en el resto de nodos es -1

$$\min \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ij}$$

$$s. t. \sum_{j: (i,j) \in E} x_{ij} - \sum_{j: (j,i) \in E} x_{ji} = \begin{cases} n-1 & i = s \\ -1 & i \in N - \{s\} \end{cases}$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall (i,j) \in E$$

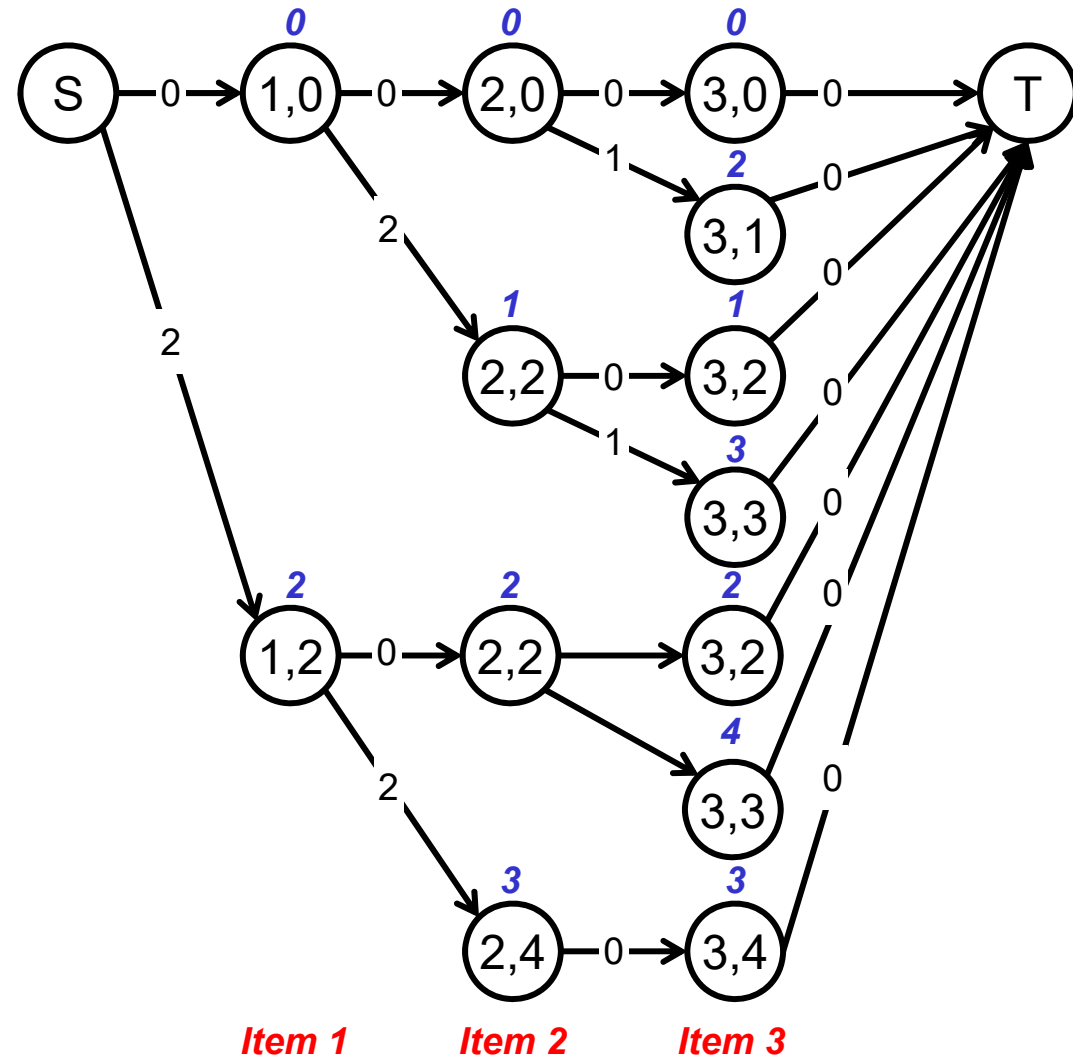
Aplicaciones

- Como se ha dicho antes, el camino de coste mínimo se puede aplicar a varios problemas de índole muy variada
 - Aproximación de funciones lineales a tramos
 - Inspección en líneas de producción
 - Problema de la mochila
 - Problema del barco de vapor
 - ...

Ejemplo: problema de la mochila

- Seleccionar un conjunto de items para maximizar su valor total, manteniendo un peso máximo dado (restricción)
- Se soluciona el camino de mayor utilidad
 - Coste mínimo: cambiando utilidad por coste negativo
- Ejemplo ilustrativo, con peso máximo: 4

Item (j)	1	2	3
Utilidad (u_j)	2	2	1
Peso (w_j)	2	1	2



Algoritmo de Dijkstra

- Se trata del algoritmo más relevante entre los que resuelven el problema de coste mínimo de un nodo fuente al resto
 - Requiere que los enlaces tengan coste no negativo
- Pseudocódigo [Redes de Comunicaciones – Tema 2]

INITIALIZATION

```

1.d(S) = 0
2.for all v in N but S
3.    d(v) = ∞
4.Q = N
    
```

MAIN LOOP

```

5.while Q ≠ {∅}
6.    u vertex in Q with min{d(v)}
7.    delete u from Q
8.    for all v in Q adjacent to u
9.        if d(v) > d(u) + c(u,v)
10.            d(v) = d(u) + c(u,v)
11.            prev(v) = u
    
```


Algoritmo de Dijkstra: complejidad

- Caso sencillo: nodos “guardados” en un array o lista enlazada sencilla
 - Selección del nodo con coste mínimo

$$n+(n-1)+(n-2)+\dots=\frac{n(n+1)}{2} \rightarrow O(n^2)$$

- Actualización del coste: un total de E veces (sólo hay E enlaces en la red)
 - Complejidad total $O(N^2 + E) = O(N^2)$
- Si la estructura de almacenamiento de los nodos se mejora, se reduce la complejidad
 - Cola con prioridad: $\Theta(E \log N)$
 - Cola de Fibonacci: $\Theta(E + N \log N)$

Otros algoritmos

- Bellman-Ford
 - De una fuente al resto de nodos
 - Permite enlaces con costes negativos
- Floyd Warshall
 - De todos los nodos a todos los nodos
- Johnson
 - De todos los nodos a todos los nodos
 - Más rápido que el algoritmo de Floyd-Warshall si el grafo es *sparse* (poco denso)

Contenido

- Búsqueda del camino de coste mínimo
- Problemas de localización - p-mediana
- El problema del viajante (TSP)

p-Mediana: descripción del problema

- Establecer la localización de p “suministradores” que satisfagan la demanda de los nodos de la red para minimizar el coste del transporte
- El coste de transporte se define como el producto de la demanda de cada nodo y la distancia de éste y el suministrador al que esté asignado
 - Si la demanda es la misma para todos los nodos, el problema se reduce a minimizar la distancia total entre los nodos y los puntos de suministro
- Se supone que no hay restricciones de capacidad en los puntos de suministro
 - Un nodo se “comunica” únicamente con un punto de suministro
- Extensiones
 - Costes de establecimiento de los puntos de suministro
 - Restricción en la capacidad máxima de cada punto de suministro
 - Relajar la limitación de que un “cliente” solo pueda acceder a un “punto de suministro”

p-Mediana: formulación

- Se utilizan las siguientes variables

- h_i : demanda del nodo i
- d_{ij} : distancia entre los nodos i y j
- y_{ij} : variable binaria que vale 1 si el nodo i está asignado al punto de suministro j
- x_j : variable binaria que vale 1 si el nodo j es punto de suministro

$$\min \sum_i \sum_j h_i d_{ij} y_{ij}$$

$$s. t. \sum_j y_{ij} = 1 \quad \forall i$$

Un nodo está asociado a un único punto de suministro

$$\sum_j x_j = p$$

Hay p puntos de suministro

$$y_{ij} \leq x_j \quad \forall i, j$$

Si j no es punto de suministro, i no puede estar asociado a j

$$y_{ij}, x_j \in \{0,1\} \quad \forall i, j$$

p-Mediana: solución

- La solución del problema 1-mediana ($p = 1$) es sencillo
 - Se sitúa el punto de suministro en todos los nodos de la red y se asignan las demandas en base a algoritmos de coste mínimo
- Para valores de p elevados el número de soluciones crece de manera notable
 - Tomar p elementos de un conjunto de n posibilidades: $\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$
 - Para $n = 50$ y $p = 10$, hay más de 10^{10} soluciones posibles
- Alternativas de solución heurísticas
 - Se resuelve la 1-mediana y se va añadiendo una a una (dejando las anteriores fijas)
 - Algoritmos de mejora posteriores
 - Algoritmos genéticos

p-Mediana: aplicaciones en redes



Available online at www.sciencedirect.com

SCIENCE @ DIRECT®

Computers & Operations Research 32 (2005) 59–86

computers &
operations
research

www.elsevier.com/locate/dsw

Cost-optimal topology planning of hierarchical access networks

István Gódor*, Gábor Magyar

*Ericsson Research, Traffic Analysis and Network Performance Laboratory, P.O. Box 107,
H-1300 Budapest 3, Hungary*

p-Mediana: aplicaciones en redes



Available online at www.sciencedirect.com



Applied Soft Computing 8 (2008) 1486–1497

Applied Soft
Computing

www.elsevier.com/locate/asoc

Optimal switch location in mobile communication networks using hybrid genetic algorithms

Sancho Salcedo-Sanz^{a,*}, Jose A. Portilla-Figueras^a, Emilio G. Ortiz-García^a,
Angel M. Pérez-Bellido^a, Christopher Thraves^b, Antonio Fernández-Anta^c, Xin Yao^d

^a *Department of Signal Theory and Communications, Universidad de Alcalá, 28871 Alcalá de Henares, Madrid, Spain*

^b *Department of Mathematical Engineering, Universidad de Chile, Chile*

^c *Grupo de Sistemas y Comunicaciones (GSyC), Laboratorio de Algoritmos Distribuidos y Redes (LADyR), Universidad Rey Juan Carlos, Madrid, Spain*

^d *Centre of Excellence for Research in Computational Intelligence and Applications (CERCIA), School of Computer Science,
the University of Birmingham and Nature Inspired Computation and Applications Laboratory (NICAL),
The University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230027, PR China*

Received 25 November 2006; received in revised form 5 September 2007; accepted 21 October 2007

Available online 21 November 2007

p-Mediana: aplicaciones en redes

Manager Selection over a Hierarchical/Distributed Management Architecture for Personal Networks

Jose A. Irastorza, Ramón Agüero, and Luis Muñoz

Department of Communications Engineering – University of Cantabria, Spain
{angel, ramon, luis}@tlmat.unican.es

Abstract. In spite of having been the focus of several works, traditional management architectures, usually based on a centralized model, are not suitable for the particular characteristics of personal networks and their underlying multi-hop topologies. A hierarchical/distributed approach is proposed in this work, which also analyzes different strategies to optimally select the nodes taking the manager role. In order to assess the benefits and drawbacks of these mechanisms, a proprietary simulator was developed, and different metrics were studied (probability for a node to take part on the management architecture, number of hops needed to reach a manager, and fairness of the distribution of the management burden). A novel heuristic is proposed to enhance one of the analyzed strategies, and it is shown to outperform the rest of algorithms.

Keywords: Personal Networks, Management Organization Model, Distributed-Hierarchical Models, Algorithmic assessment.

p-Mediana: aplicaciones en redes

SDN and NFV Dynamic Operation of LTE EPC Gateways for Time-varying Traffic Patterns

Arsany Basta¹, Andreas Blenk¹, Marco Hoffmann²
Hans Jochen Morper², Klaus Hoffmann², and Wolfgang Kellerer¹

¹ Technische Universität München,
Munich, Germany
(arsany.basta, andreas.blenk, wolfgang.kellerer)@tum.de

² Nokia Solutions and Networks,
Munich, Germany
(marco.hoffmann, hans-jochen.morper, klaus.hofmann)@nsn.com

Abstract. The introduction of Network Functions Virtualization (NFV) and Software Defined Networking (SDN) to mobile networks enables operators to control and dimension their network resources with higher granularity and on a more fine-grained time scale. This dynamic operation allows operators to cope with the rapid growth of traffic and user demands, in addition to reducing costs. In this paper, we model and analyze a realization of the mobile core network as virtualized software instances running in datacenters (DC) and SDN transport network elements (NE), with respect to time-varying traffic demands. It is our objective to determine the datacenters placement that achieves the minimum transport network load considering time-varying traffic and under a data-plane delay budget. A second objective is to achieve power savings, considering the variation of traffic over time, by using the available datacenter resources or by acquiring additional resources.

Key words: Network Functions Virtualization, Software Defined Networking, Datacenters, Mobile Core Gateways, Time-varying Traffic

p-Mediana: aplicaciones en redes

Computer Networks 54 (2010) 1805–1822



Efficient integer programming formulations for optimum sink location and routing in heterogeneous wireless sensor networks[☆]

Evren Güney^a, Necati Aras^a, İ. Kuban Altınel^a, Cem Ersoy^{b,*}

^aDept. of Ind. Eng., Boğaziçi University, Bebek, İstanbul 34342, Turkey

^bDept. of Comp. Eng., Boğaziçi University, Bebek, İstanbul 34342, Turkey

Computer Networks 135 (2018) 226–239



Controller placement optimization in hierarchical distributed software defined vehicular networks

Kushan Sudheera Kalupahana Liyanage^{a,*}, Maode Ma^a, Peter Han Joo Chong^b

^aSchool of Electrical and Electronic Engineering, Nanyang Technological University, Singapore

^bDepartment of Electrical and Electronic Engineering, Auckland University of Technology, New Zealand

Contenido

- Búsqueda del camino de coste mínimo
- Problemas de localización - p-mediana
- El problema del viajante (TSP)

TSP: descripción del problema

- El *Travelling Salesman Problem* (TSP) o Problema del Viajante es uno de los problemas NP-completos más relevantes
- Dado un grafo $G(N,E)$, el problema se define como encontrar la mejor manera de visitar todos los vértices de G (pasando por cada uno de ellos únicamente una vez), regresando al punto de partida
- Si todos los enlaces tienen el mismo coste el problema se transforma en encontrar un ciclo Hamiltoniano
- Modificaciones
 - Posibilidad de visitar algún vértice más de una ocasión
 - Posibilidad de no tener que visitar todos los nodos
 - Cambios dinámicos en los costes de los enlaces
- Es un problema muy empleado para determinar si otros pertenecen a la clase NP-completa

TSP: formulación

- Formulación original del TSP (no asume un grafo dirigido), sino distancias *físicas* entre todas las ciudades

$$\min \sum_i \sum_{j, j \neq i} c_{ij} x_{ij}$$

- Variables

- x_{ij} : variable a optimizar, vale 1 si el camino une las ciudades i y j
- c_{ij} : distancia entre las ciudades i y j
- u_i : variables artificiales, toma el valor del ‘paso’ en el que se recorre la ciudad i

$$s. t. \sum_{j, j \neq i} x_{ij} = 1 \quad \forall i$$

Se “parte” de i una única vez

$$\sum_{i, i \neq j} x_{ij} = 1 \quad \forall j$$

Se “llega” a j una única vez

$$0 \leq x_{ij} \leq 1 \quad \forall i, j$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j$$

$$u_i - u_j + nx_{ij} \leq n - 1$$

No se recorren separadamente

$$1 \leq i \neq j \leq n$$

TSP: solución

- El problema original (no en un grafo) tiene $n!$ (permutaciones) posibles soluciones
 - Viable para tamaños reducidos del problema
- Soluciones heurísticas
 - Algoritmos genéticos
 - Algoritmos basados en el comportamiento de las hormigas (Ant-colony)

TSP: aplicaciones en redes



Available online at www.sciencedirect.com

SCIENCE @ DIRECT®

Discrete Applied Mathematics 129 (2003) 99–128

DISCRETE
APPLIED
MATHEMATICS

www.elsevier.com/locate/dam

SONET/SDH ring assignment with capacity constraints

Olivier Goldschmidt^a, Alexandre Laugier^b, Eli V. Olinick^{c,*}

^a*OPNET Technologies, Inc., 2006 Delaware Street, Berkeley, CA 94709, USA*

^b*Corporate Network Design Department, Network Architecture and Traffic Division, Centre National d'Etudes des Télécommunications/DSE/ISE Sophia, France*

^c*Department of Engineering Management, Information, and Systems, Southern Methodist University, P.O. Box 750123 Dallas, TX 75275-0123, USA*

TSP: aplicaciones en redes

780

IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS—PART A: SYSTEMS AND HUMANS, VOL. 28, NO. 6, NOVEMBER 1998

Topological Network Design for SONET Ring Architecture

Hanan Luss, Moshe B. Rosenwein, and Richard T. Wong

X Jornadas de Ingeniería Telemática - JITEL 2011

Un algoritmo para el diseño de la topología de redes de comunicación con múltiples anillos

J. Silió, L. Rodríguez de Lope, K. Hackbarth

Departamento de Ingeniería de Comunicación, Grupo de Ing. Telemática
Universidad de Cantabria

Plaza de la Ciencia, 39005 Santander

jennifer.silio@alumnos.unican.es, laura@tlmat.unican.es, klaus@tlmat.unican.es

TSP: aplicaciones en redes



ELSEVIER

Available online at www.sciencedirect.com

SCIENCE @ DIRECT®

Computers & Operations Research 32 (2005) 379–394

computers &
operations
research

www.elsevier.com/locate/dsw

Designing radio-mobile access networks based on synchronous digital hierarchy rings

Alain Billionnet^a, Sourour Elloumi^{b,*}, Leila Grouz Djerbi^{c,1}

^aLaboratoire CEDRIC, Institut d'Informatique d'Entreprise, 18 allée Jean Rostand, Evry F-91025, France

^bLaboratoire CEDRIC, Conservatoire National des Arts et Métiers, 292 rue Saint Martin, Paris F-75141, France

^cUniversité de Paris 10, 200 Avenue de la République, Nanterre F-92000, France

Design of 2-level Hierarchical Ring Networks

Kishore Kshirsagar, Kesav Kaza and Krishnan Rajan

International Institute of Information Technology, Hyderabad, India

TSP: aplicaciones en redes

IEEE TRANSACTIONS ON VEHICULAR TECHNOLOGY, VOL. 65, NO. 4, APRIL 2016

2309

Data Gathering in Wireless Sensor Networks: A Combine–TSP–Reduce Approach

Chien-Fu Cheng, *Member, IEEE*, and Chao-Fu Yu

1472

IEEE TRANSACTIONS ON VEHICULAR TECHNOLOGY, VOL. 62, NO. 4, MAY 2013

Tour Planning for Mobile Data-Gathering Mechanisms in Wireless Sensor Networks

Ming Ma, Yuanyuan Yang, *Fellow, IEEE*, and Miao Zhao