

Hoja de Ejercicios - Tema 4  
Sistemas M/M/S/S y extensiones

**Problema 1.**

Un operador de una red móvil de 3ª Generación tiene asignada cierta capacidad en el espectro UMTS (2100 MHz), y otra en el correspondiente a HSPA (2600 MHz). Reserva, para satisfacer el tráfico del servicio de voz, sendos túneles de 200 kbps en cada uno de los sistemas. El operador ofrece el servicio de voz con AMR-NB, que requiere un ancho de banda de 12.2 kbps en el estado ON de la fuente de voz, estimándose el factor de actividad en 0.65. Se estima que en la hora cargada hay, en la macro-célula, 600 usuarios, y que el tráfico generado por usuario es de 0.04 Erlangs. El operador establece un bloqueo máximo del 1% y que la capacidad del túnel se ocupe, como máximo, al 80%. La tabla siguiente resume los datos del problema.

Macro-célula UMTS/HSPA - Características			
Frecuencia UMTS/HSPA (GHz)	2.1 / 2.6	$P_B$	0.01
Túnel UMTS (kbps)	2000	AMR-NB BW (kbps)	12.2
# Terminales (hora cargada)	600	Factor actividad	0.65
Tráfico por terminal (Erlangs)	0.04	Ocupación relativa túnel	0.8

Para analizar el rendimiento del sistema, se llevan a cabo los siguientes cálculos.

- (a) Se calcula el tráfico total de voz que se ofrece, y la capacidad equivalente que requiere una conexión de voz en el túnel, teniendo en cuenta el factor de actividad y el parámetro de máxima ocupación. Después se calcula el número de conexiones que ofrece cada túnel (valor real y entero). Finalmente se establece el número de conexiones que se necesitarían para satisfacer el requerimiento del bloqueo en el servicio de voz. Los resultados se resumen en una tabla como la que se muestra a continuación.

BW equivalente por conexión		# Conexiones túnel UMTS	
Tráfico total		# Conexiones túnel HSPA	
		# Conexiones total	

- (b) Con los resultados del apartado anterior, se calcula el tráfico  $A_C$  que se cursa en el sistema UMTS y la probabilidad de desbordamiento al sistema HSPA. Calcular el valor medio, la varianza y el índice de dispersión del tráfico desbordado. Calcular el número de conexiones necesarias en el túnel HSPA, utilizando modelos M/G/S/S y G/G/S/S para el tráfico desbordado. Aplicar la probabilidad de bloqueo a ambos sistemas. A partir de los resultados del modelo G/G/S/S calcular el ancho de banda del túnel HSPA, teniendo en cuenta que las capacidades se asignan en múltiplos enteros de 10 kbps. Establecer el factor de uso para los sistemas UMTS, HSPA y total.

$P_d$ (Fórmula)		$A_d$	
$V(A_d)$		$Id(A_d)$	
$P_b$ en HSPA		$P_b$ total	
# Conexiones HSPA ( $Id = 1$ )		# Conexiones HSPA ( $Id > 1$ )	
BW HSPA		$\rho$ HSPA	
$\rho$ UMTS		$\rho$ Total	

- (c) Ahora se considera que al sistema HSPA se ofrece también tráfico directo de los usuarios cercanos al Nodo-B correspondiente, estimado en 15 Erlangs. Calcular los valores que se indican en la tabla,

comparando los tres factores de uso con los calculados en el apartado anterior.

Tráfico directo HSPA	15	Tráfico total HSPA	
$V(A_{\text{HSPA}})$		$Id(A_{\text{HSPA}})$	
# Conexiones HSPA			
BW HSPA		$\rho$ HSPA	
$\rho$ UMTS		$\rho$ Total	

### Problema 2.

Una compañía de seguros cuenta con aproximadamente  $M = 10^6$  clientes y pretende instalar una serie de centros de atención al cliente utilizando la RTC. Se asume que cada cliente llama, en promedio, una vez al mes y que el 20% de las llamadas se llevan a cabo en la hora cargada (asumir que el mes tiene 20 días laborables). El centro de atención al cliente solamente gestiona las incidencias genéricas y, para casos especiales, la llamada se transfiere automáticamente a la delegación local. Se asume que las llamadas llegan según un proceso de Poisson y que la duración de una llamada se puede modelar con una *va* exponencial negativa, con un valor medio de 90 segundos. La compañía estudia la instalación de entre uno y diez centros, buscando la solución óptima según criterios de eficacia, coste y fiabilidad.

Calcular el tráfico total que generan los clientes y calcular, en función del número de centros instalados (1-10), los siguientes valores: tráfico ofrecido por centro, número de líneas por centro y número de líneas total, considerando una pérdida máxima del 1%. Calcular asimismo la ocupación de los empleados (el número de líneas es igual al número de empleados). Estudiar el grado de ocupación por empleado, y explicar su evolución a medida que se instalan más centros.

### Problema 3.

Un proveedor de servicio Internet (ISP) tiene cien mil clientes que se conectan a través de un modem, utilizando la RTC. Para facilitar la interconexión entre la RTC y su propia red IP, el ISP tiene que instalar una serie de puntos de presencia (PoP). El operador de la red proporciona a los ISP la posibilidad de desplegar hasta 50 PoP, con las condiciones que se indican a continuación.

- La interconexión se realiza por grupos ( $x$ ) de 30 circuitos
- Los costes por grupo,  $\xi(x)$ , en un PoP disminuyen a medida que se contrate capacidad para más grupos, de acuerdo a la siguiente expresión

$$\xi(x) = c_1 \cdot x^{\alpha-1}$$

- Para la facturación de los costes totales se usa la siguiente expresión, donde  $A_t$  es el tráfico total del ISP cursado en la RTC,  $m$  es el número total de PoPs.

$$\Psi = c_2 \frac{A_t}{m^\beta}$$

Los valores para los parámetros anteriores son los siguientes:  $c_1 = 2000$ ,  $c_2 = 200$ ,  $\alpha = 0.6$ ,  $\beta = 0.7$ .

Se cuenta con un conjunto de medidas por las que se sabe que, en promedio, un cliente se conecta una vez cada tres días al ISP, y las sesiones tienen una duración media de 20 min. Además, se sabe que el 50% de las conexiones se llevan a cabo en la hora cargada ( $bh$ ).

- (a) Calcular el tráfico total diario y el tráfico total en la  $bh$ .
- (b) Calcular, para  $m = 2, 4, 6, 8, 10$  los siguientes valores: tráfico por PoP en la  $bh$ ; circuitos necesarios en cada PoP, si se pretende asegurar un bloqueo máximo del 1% en la  $bh$ ; número de grupos ( $x$ ) por PoP número de grupos totales.
- (c) Calcular, en los mismos supuestos que el apartado anterior, los costes totales, tanto para los PoPs como para las conexiones con la RTC.

#### Problema 4.

Una red corporativa tiene instaladas centralitas en tres sedes ( $A, B, C$ ). Se estima que, en la hora cargada, se produce un tráfico interno (entre los teléfonos conectados a las tres centralitas) como el que se muestra en la matriz.

	$A$	$B$	$C$
$A$	0	8	8
$B$	5	0	6
$C$	9	4	7

Las centralitas se conectan con enlaces digitales unidireccionales tanto internamente como a la RTC. Los enlaces internos se usan únicamente para el tráfico entre las sedes, mientras que los enlaces a la RTC se pueden usar tanto para las llamadas externas como para el tráfico que se desborda desde los enlaces internos. Se estima que el tráfico externo en la hora cargada es, para cada sede, 1.25 veces superior al interno correspondiente.

- Calcular, para cada sede, el tráfico interno y externo, diferenciando entre entrante y saliente.
- Dimensionar los circuitos internos entre las tres sedes, teniendo en cuenta que se desborda el 5% a los enlaces de la RTC. ¿Cuántos circuitos tendrían que alquilarse en cada caso?
- Dimensionar los circuitos de cada sede a la RTC asumiendo que el bloqueo tiene que ser inferior al 1%. Utilizar las fórmulas de *Kosten* para el tráfico desbordado y comparar el resultado con el que se obtiene al asumir que sigue una distribución de Poisson.
- Realizar un dimensionado sin enlaces directos (corporativos) entre sedes, comparando el número de circuitos totales con los obtenidos en los apartados anteriores.

#### Problema 5.

Un operador de una red GSM tiene asignado espectro en las bandas de 900 MHz y 1800 MHz. Se estima que, en la hora cargada, hay 222 terminales activos en una macro-célula, cada uno de ellos generando un tráfico de 100 *mE*.

- Calcular el tráfico total que se ofrece a la macro-célula y el número de circuitos totales para garantizar una pérdida menor del 2%. Si cada portadora (TRX) ofrece 6 ranuras para el tráfico anterior, ¿cuántas TRX serán necesarias?
- El operador dimensiona la BTS de la macro-célula con 3 TRX (frecuencia de 900 MHz); esta primera alternativa de acceso desbordaría a los TRX en la banda de 1800 MHz. Calcular la pérdida  $p_d$  en los circuitos proporcionados por las TRX en 900 MHz, así como el tráfico de desbordamiento que se ofrecería a los circuitos de las TRX en 1800 MHz. ¿Cuántos circuitos y TRX serían necesarios en la segunda banda de frecuencias para garantizar una pérdida global del 2%? Utilizar las expresiones de *Kosten* para el tráfico desbordado.
- ¿Cuál es el bloqueo final del sistema? ¿Cuál es la utilización de los circuitos desplegados en cada banda?

#### Problema 6.

En una célula de una red móvil de tercera generación los usuarios generan llamadas de tres tipos de servicios, cuyas características se indican en la siguiente tabla. La célula ofrece un ancho de banda de 360 kbps.

	$\lambda$ (BH) (llamadas/hora)	$T_s$ (minutos)	$BW$ (kbps)
Voz	0.5	3	12
Vídeo	0.02	15	60
Datos	0.6	6	24

- Calcular tráfico correspondiente por usuario en cada categoría. Encontrar el tráfico equivalente total por usuario. Obtener el resultado para las tres normalizaciones que se pueden utilizar.

- (b) Asumiendo que el sistema permite establecer circuitos virtuales y que se pretende que la pérdida sea inferior al 2%, ¿a cuántos usuarios podría darse servicio, para los tres supuestos del apartado anterior?

### **Problema 7.**

Al concentrador de una red corporativa se conectan tres tipos de terminales, cuyas características se muestran seguidamente.

- Tipo A: terminal de voz -  $R_b = 16$  kbps.
- Tipo B: terminal multimedia -  $R_b = 128$  kbps.
- Tipo C: terminal videoconferencia profesional -  $R_b = 384$  kbps.

Asumimos que cada terminal de tipo A genera, en la hora cargada, 3 peticiones, con una duración media de 2 minutos y que, además, hay 500 terminales conectados; para los terminales de tipo B las cifras son 0.6 peticiones por hora, con duración media de 20 minutos (se estima que hay 40 terminales conectados); finalmente, los 30 terminales de tipo C conectados generan en media (cada uno) 1 llamada con una duración media de 30 minutos.

El concentrador se conecta a un multiplexor dinámico, que asigna a una petición entrante (independientemente del tipo de terminal) capacidad correspondiente, siempre que esté disponible; en caso contrario, la petición se perdería.

- (a) Calcular la velocidad necesaria para satisfacer la demanda de cada tipo de tráfico, asumiendo que se reservan las capacidades de manera exclusiva en función de los servicios y que se pretende que la pérdida sea inferior al 1%
- (b) Dimensionar la capacidad del sistema, si ésta es compartida por todos los servicios y se necesita mantener la misma probabilidad de bloqueo que en el apartado anterior. Utilizar para la normalización la capacidad requerida por el servicio generado por los terminales de tipo B.

### **Problema 8.**

Se ofrecen dos flujos de tráfico de 10 y 5 *Erlangs* a dos grupos de circuitos  $S_1$  y  $S_2$ , respectivamente. Se asume que el número de circuitos en cada enlace es igual al tráfico ofrecido. El tráfico perdido por ambos se ofrece a un tercer enlace.

- (a) ¿Cuántos circuitos son necesarios en este tercer enlace, si se pretende que tenga un bloqueo del 10%?
- (b) ¿Cuál es la probabilidad de bloqueo del sistema global?
- (c) Con el resultado del apartado (a), calcular nuevamente las pérdidas del tercer enlace y global, si los dos flujos de tráfico se incrementan en un 50%.

### **Problema 9.**

La empresa **soCIOTal** pretende instalar un centro de atención al cliente, asumiendo que el número de líneas es igual al de operadores (esto es, no hay espera).

- (a) Si se estima que el tráfico ofrecido al sistema en la hora cargada sigue un proceso de *Poisson*, con un valor medio de 45 *Erlangs*, ¿cuántos operadores serán necesarios, si se pretende que la pérdida sea inferior al 5%? ¿Cuántos minutos estará un operador atendiendo llamadas durante la hora cargada, si se supone que las llamadas entrantes se distribuyen aleatoriamente entre los operadores libres?
- (b) Los ingenieros se percatan de que el tráfico entrante no tiene un carácter completamente de tipo *Poisson*, determinando que su varianza es, aproximadamente, 61.4 *Erlangs*<sup>2</sup>. Si se mantuvieran los operadores calculadores en el apartado anterior, ¿se podría asegurar la probabilidad de bloqueo en el 5%? Determinar, en caso contrario, cuántos operadores adicionales serían necesarios.  
*Proporcionar la respuesta más 'exacta' posible, contando con la información que se dispone, y utilizar el método Erlang-B extendido que se prefiera.*

### Problema 10.

La compañía **TrustCOM** ofrece servicio de comunicaciones móviles en una determinada zona. Se asume que el servicio de voz requiere una capacidad de 16 kbps. **TrustCOM** dispone de una picocélula con una capacidad total de 128 kbps.

- (a) ¿A cuántos usuarios podría dar servicio, si se estima que cada uno de ellos genera un tráfico (en la hora cargada) de 72 *mErlangs* y se pretende tener una probabilidad de bloqueo del 2%?

Debido a un incremento estacional de la población, el número de usuarios cubiertos por la picocélula se sitúa en 125, **TrustCOM** decide mantener la capacidad inicial y desviar las llamadas que no puedan ser atendidas por la picocélula a una célula paraguas.

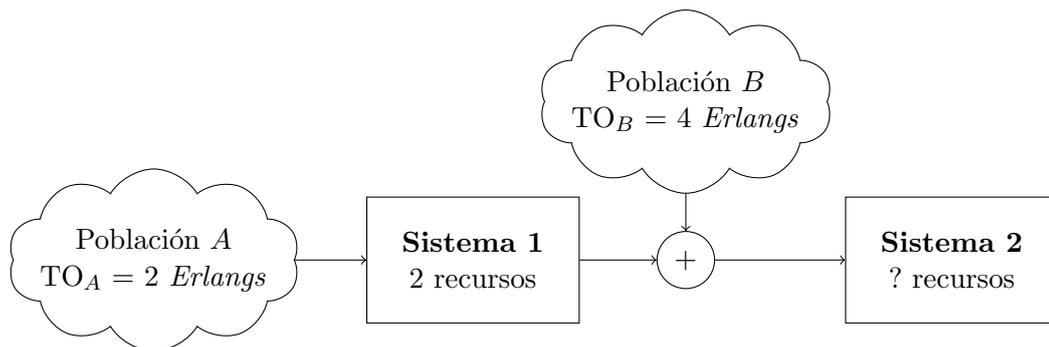
- (b) ¿Qué capacidad se necesita en la célula paraguas para que la probabilidad de bloqueo siga siendo inferior al 2%?

*Asumir que no hay ningún tráfico adicional en la célula paraguas.*

- (c) La célula paraguas tiene que dar servicio, además de las llamadas que no pueden ser atendidas por la picocélula, a un tráfico adicional (se supone de *Poisson*) de 5 *Erlangs*. Se decide incrementar su capacidad hasta los 192 kbps; ¿cuál es la probabilidad de bloqueo para los usuarios cubiertos por la picocélula?

### Problema 11.

Considérese el sistema que se muestra en la figura.



- (a) ¿Cuántos recursos son necesarios en el sistema 2 para que la probabilidad de bloqueo de las llamadas de la población B sea inferior al 4%?
- (b) Calcular la probabilidad de bloqueo para las llamadas de la población A, dando la respuesta más exacta posible.
- (c) ¿Cuál es el grado de servicio medio del sistema?

### Problema 12.

La empresa **R4DIC4L** pretende instalar un centro de atención para sus clientes y decide externalizar parte del servicio. Así, las llamadas que se generan durante la hora cargada se envían, inicialmente, a un conjunto de operadores subcontratados. Cuando todos ellos están ocupados las llamadas se dirigen a los operadores de la propia compañía. Se asume que cuando todos estos operadores estén ocupados, las llamadas entrantes se pierden (esto es, no hay espera).

Se estima que el tráfico generado, durante la hora cargada, es igual a 20 *Erlangs*. La empresa decide subcontratar a 16 operadores durante la hora cargada.

- (a) ¿Cuál es el tráfico que se desborda a los operadores de la propia empresa? ¿Cuál es el factor de utilización de cada uno de los 16 operadores externos?
- (b) Asumiendo que el tráfico desbordado sigue una distribución de *Poisson*, ¿cuántos operadores deberían atender llamadas en la propia compañía, para mantener la pérdida global por debajo del 5%? ¿Cuál es el factor de utilización de cada uno de estos operadores?
- (c) Repetir el apartado anterior utilizando un modelo más apropiado para el tráfico de desbordamiento.

- (d) La empresa determina que de los 20 *Erlangs*, 4 se corresponde con clientes *VIP*, y decide que sean atendidos directamente por los operadores propios. ¿Cuántos operadores serían necesarios para atender el tráfico en la propia empresa, si se mantienen los 16 externos? Emplear nuevamente el modelo que más se adecúe a las características del tráfico desbordado.

**Problema 13.**

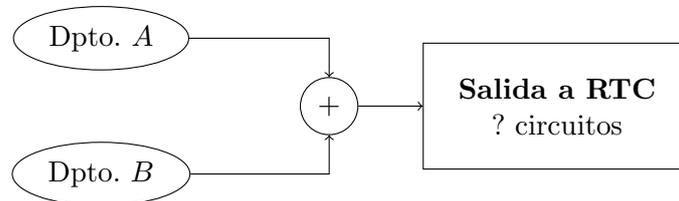
Se pretende modelar la capacidad de un enlace al que le llegan paquetes de diferentes tipos de servicios. Se supone que cuando no tiene capacidad para aceptar una nueva llegada, esta sería rechazada. Se consideran los servicios que se recogen en la tabla que se muestra seguidamente.

Servicio	1	2	3	4
$R_b$ (kbps)	32	64	128	384
$\lambda$ [ $h^{-1}$ ]	40	60	4	3
$T_S$ [m]	3	2	24	20

- (a) ¿Cuál es la capacidad que se debería contratar, si se pretende que la pérdida no sea superior al 2% y se reserva una capacidad separada para cada tipo de servicio? Dar la respuesta en múltiplos enteros de 64 *kpbs*.
- (b) Repetir el apartado anterior si se asume que toda la capacidad es compartida por todos los servicios. Dar la respuesta más exacta posible.

**Problema 14.**

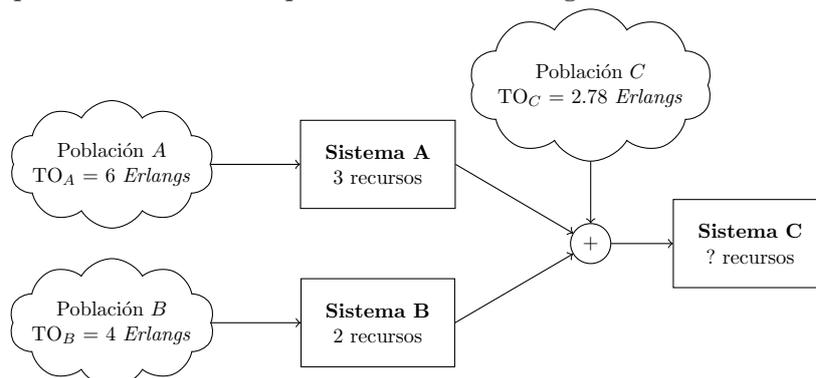
Una empresa decide contratar un número de circuitos telefónicos para atender las necesidades de las centralitas de dos departamentos, tal y como se observa en la figura. Tras haber monitorizado la actividad durante suficiente tiempo, se establece que el tráfico generado por el departamento *A* tiene un valor medio de 2 *Erlangs* y un *VMR* de 1.3 *Erlangs*. Se sabe, además, que el tráfico generado por el departamento *B* tiene un valor medio de 1 *Erlang*.



- (a) ¿Cuántos circuitos harían falta contratar si se asumiera que el tráfico total es de *Poisson* y se pretendiera que la probabilidad de bloqueo fuera inferior al 4%? ¿Cuál debería ser la varianza del tráfico generado por el departamento *B* para que el dimensionado anterior fuera preciso?
- (b) Calcular la probabilidad de bloqueo promedio del sistema, si se estima que el tráfico generado por el departamento *B* es de *Poisson*. Dar la respuesta más exacta posible.

**Problema 15.**

Considérese el sistema de la figura, en la que las llamadas perdidas por los grupos de circuitos **A** y **B** se ofrecen a **C**. Se sabe que todos los tráficos presentan una *VMR* igual a la unidad.



- (a) Considerando que el tráfico desbordado es de *Poisson*, calcular el número de circuitos necesarios en **C**, para que las probabilidades de bloqueo que afectan a cada una de las poblaciones sean inferiores al 5%.
- (b) Utilizando un modelo más apropiado para el tráfico desbordado, calcular la probabilidad de bloqueo real para cada una de las tres poblaciones, dando el resultado más exacto posible. ¿Cuál sería la probabilidad de bloqueo promedio?
- (c) Si se asume que el sistema está en funcionamiento durante 12 horas al día, ¿cuántas horas estarán activos cada uno de los circuitos en los tres grupos?  
*Asumir que la estrategia de ocupación es aleatoria.*

**Problema 16.**

Se pretende dimensionar la capacidad necesaria en una pico-celda de un sistema de comunicaciones celulares que recibe tres tipos de servicios, con las características que se muestran en la tabla.

Servicio	1	2	3
$R_b$ (kbps)	150	50	200
$\lambda$ [ $h^{-1}$ ]	40	15	5
$T_S$ [m]	3	20	12

- (a) ¿Qué capacidad se debería contratar si se pretende que la probabilidad de pérdida sea inferior al 4% y se utilizan túneles (esto es, se reservan capacidades diferenciadas) para cada tipo de servicio? ¿Cuál es el factor de utilización? Asumir que la capacidad se puede contratar en múltiplos de 100 kbps.
- (b) Repetir el apartado anterior, si se decide utilizar la capacidad total de manera común para todos los servicios.

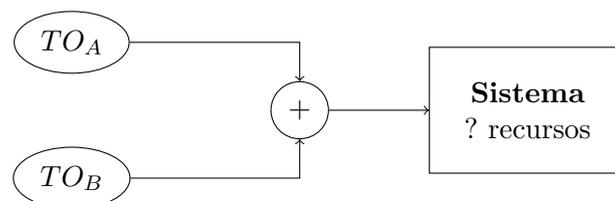
**Problema 17.**

En un sistema de atención al cliente las llamadas son atendidas inicialmente por tres operadores. Si éstos estuvieran ocupados, las llamadas se pasarían a los dos supervisores. Se estima que el tráfico generado por los clientes es 3.5 *Erlangs*.

- (a) Calcular, de la manera más precisa posible, la probabilidad de que una llamada transferida a los supervisores se pierda.
- (b) ¿Cuál es la probabilidad de pérdida global? ¿Se podría haber calculado de alguna manera alternativa?
- (c) ¿Cuánto tiempo estaría cada supervisor atendiendo llamadas en una jornada laboral de ocho horas, asumiendo ocupación aleatoria?

**Problema 18.**

Considérese el sistema de la Figura. Se sabe que el tráfico generado por *A* tiene un valor medio de 2 *Erlangs* y una varianza de 2.5 *Erlangs*<sup>2</sup>, mientras que el generado por *B* tiene un valor medio de 1.5 *Erlangs* y su *VMR* es 2.045 *Erlangs*.



- (a) ¿Cuántos recursos serían necesarios para asegurar una pérdida inferior al 4%?
- (b) ¿Cuál sería la probabilidad de pérdida si se añade una tercera corriente de tráfico, que se puede considerar de *Poisson*, de 1 *Erlang*?
- (c) Si se asume que el sistema está activo durante 8 horas, calcular el tiempo de inactividad para cada recurso, asumiendo que la estrategia de ocupación es aleatoria, para el supuesto del apartado (b) (esto es, con el tráfico adicional de 1 *Erlang*).

### Problema 19.

Se pretende analizar el comportamiento de un multiplexor sin capacidad para mantener llamadas en espera, con una capacidad de 512 kbps, al que se conectan 60 terminales. Cada uno de ellos utiliza dos tipos de servicios, con capacidades  $b_1 = 64$  kbps y  $b_2 = 256$  kbps. Se estima que la tasa de llegadas (en  $h^{-1}$ ) de ambos servicios es (por terminal)  $\lambda_1 = 1$  y  $\lambda_2 = 0.03$ , respectivamente, y que sus duraciones medias (en minutos) son  $(T_S)_1 = 3$  y  $(T_S)_2 = 5$ .

- Calcular una probabilidad de bloqueo promedio del sistema global, normalizando las capacidades de ambos servicios respecto al primero de ellos.  
*Si fuera necesario, utilizar algún método para calcular la probabilidad de bloqueo de la manera más exacta posible.*
- Representar gráficamente los estados en los que se podría encontrar el sistema, utilizando un diagrama con dos ejes, uno para cada tipo de servicio, e indicar cómo se podrían calcular las probabilidades de bloqueo a partir de ellos.
- A partir de la probabilidad de que el sistema esté trabajando a capacidad  $c$ ,  $q(c)$ , se define un método iterativo, que establece que:  $c \cdot q(c) = \sum_{j=1}^K b_j \cdot \rho_j \cdot q(c - b_j)$ , donde  $K$  es el número de servicios y  $\rho_j$  es el tráfico correspondiente al servicio  $j$ -ésimo. Utilizar dicho método para calcular las probabilidades de bloqueo de ambos servicios.  
*En el cálculo iterativo, calculad todas las  $q(c)$ , asumiendo que  $q(0) = 1$ , y después normalizarlas, de manera que su suma sea la unidad.*

### Problema 20.

Considerar una estación base en un sistema de comunicaciones móviles GSM, a la que llegan dos corrientes de tráfico (ambas de Poisson): llamadas nuevas,  $A_i$ , o las que provienen de *handovers* de celdas vecinas,  $A_{ho}$ . La celda cuenta con 6 ranuras, y se estiman los siguientes valores de tráfico en la hora cargada:  $A_i = 3.29$ ,  $A_{ho} = 0.71$  Erlangs.

- ¿Cuál es la probabilidad de pérdida para ambos tipos de llamadas, si el sistema no las diferencia?  
¿Cuántos minutos estará activa cada ranura durante la hora cargada, si la estrategia de ocupación es aleatoria?

Se va a analizar el comportamiento de la técnica conocida como *canal de guarda*, que permite priorizar las llamadas de *handover*, reservando un conjunto de ranuras, que se utilizarán para aquellas llamadas (*handover*) que no puedan ser cursadas por el grupo inicial.

- Asumir que se reservan 2 ranuras, pero que inicialmente todas las llamadas (incluyendo las correspondientes a  $A_i$ ) que no puedan cursarse por las otras 4 (primera opción) desbordan a las de guarda. ¿Cuál sería la probabilidad de pérdida correspondiente? Calcular la media y la varianza del tráfico  $(A_d^T, V_d^T)$  ofrecido a las dos ranuras.
- Considerar ahora que las dos ranuras de guarda únicamente pueden cursar llamadas de *handover*. Se sabe que la varianza del tráfico desbordado en este caso ( $V_d^{ho}$ ) cumple la siguiente relación:  $\frac{V_d^{ho}}{A_d^{ho}} - 1 = \frac{A_{ho}}{A_i + A_{ho}} \left( \frac{V_d^T}{A_d^T} - 1 \right)$  ( $A_d^{ho}$  sería el valor medio del tráfico de *handover* desbordado y ofrecido a las ranuras de guarda). ¿Cuál es la probabilidad de pérdida para ambos tipos de llamadas? (*Dar la respuesta más exacta posible.*) ¿Cuántos minutos estaría activa cada una de las ranuras de guarda en la hora cargada?

### Problema 21.

Considerar un sistema de atención al cliente, en el que las consultas son de dos tipos. La empresa decide "especializar" los operadores, de manera que se disponen 3 empleados para gestionar las consultas de tipo **A** y 4 para las consultas de tipo **B**. Se estima que los tráficos para los dos tipos de gestiones son  $TO_A = 2$  Erlangs y  $TO_B = 4$  Erlangs, respectivamente.

- ¿Cuántos operadores adicionales tendría que contratar la empresa para que la probabilidad de pérdida, para cualquier tipo de consulta, sea inferior al 5%?
- Calcular el tiempo que un operador (en media) está atendiendo llamadas, suponiendo que la jornada laboral es de 8 horas.

La empresa se plantea una solución alternativa, en la que se forma a los nuevos operadores de manera que puedan atender indistintamente a los dos tipos de llamadas. Las llamadas que no puedan ser atendidas por los empleados originales (3+4) se reenviarían a estos nuevos operadores.

- (c) ¿Cuántos operadores sería necesario contratar para que la probabilidad de pérdida de llamadas sea, para los dos tipos de consultas, inferior al 5 %?  
*Dar la respuesta más exacta posible.*
- (d) Calcular nuevamente el tiempo que un operador (en media) está atendiendo llamadas, dando la respuesta más exacta posible.

### **Problema 22.**

Un sistema de análisis financiero cuenta con tres procesadores. Como los análisis se tienen que llevar a cabo en tiempo real, se decide que no puedan esperar, por lo que, si al llegar una nueva petición estuvieran los tres recursos ocupados, ésta se perdería. Debido a un incremento de la carga en el sistema, que pasa a ser de 4.2 *Erlangs*, se decide incorporar dos nuevos procesadores, que se activarán cuando los otros tres estuvieran ocupados.

- (a) Calcular la probabilidad de bloqueo del sistema, utilizando las fórmulas de Kosten para establecer las características del tráfico desbordado por los tres procesadores iniciales, dando la respuesta más exacta posible. Comprobar el resultado, obteniendo la probabilidad de bloqueo de alguna manera alternativa.
- (b) Si el sistema está en funcionamiento 12 horas, ¿cuánto tiempo estará activo cada uno de los procesadores?
- (c) Se pretende priorizar las peticiones del departamento de riesgos, que suponen el 65 % del total. Para ello se decide que los dos procesadores adicionales solo podrán ser utilizados para ellas. Si se sabe que el VMR del tráfico desbordado correspondiente a este departamento se puede calcular como:  $VMR_{dr} = 1 + \alpha (VMR_t - 1)$ , siendo  $VMR_t$  el VMR del tráfico desbordado total y  $\alpha$  la probabilidad de que una petición provenga del departamento de riesgos, calcular la probabilidad de pérdida para ambos tipos de análisis (departamento de riesgo y resto de peticiones).

### **Problema 23.**

A la vista de la elevada probabilidad de pérdida en una celda de un sistema de comunicaciones móviles, el operador decide situar una estación base (BS) *paraguas*, con 2 recursos, para atender las llamadas que no puedan ser aceptadas inicialmente. Se sabe que el tráfico ofrecido es de 3.4 *Erlangs*.

- (a) Si se sabe que la probabilidad de pérdida se reduce hasta el  $\approx 3.6\%$ , ¿cuántos recursos tiene la celda inicial?
- (b) Calcular el tiempo de ocupación promedio por recurso (para ambas BS), durante una hora de observación, dando la respuesta más exacta posible.
- (c) ¿Cuál sería el GoS promedio del sistema si se añadiera otra celda con 3 recursos, a la que se le ofrece un tráfico de 2.5 *Erlangs*, si también desborda a la BS *paraguas* anterior?

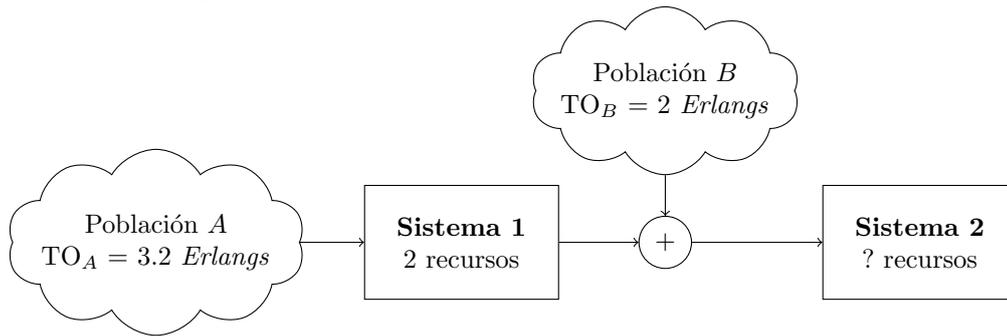
### **Problema 24.**

Considerar un sistema de pérdida pura, con 5 recursos, al que se le ofrece un tráfico (Poisson) de 4.2 *Erlangs*. Se pretende que dos de los recursos tengan una ocupación menor, por lo que se implementa una estrategia según la cual únicamente atenderán peticiones cuando los otros tres están ocupados.

- (a) Calcular el porcentaje de ocupación de cada uno de los cinco recursos, comparando los resultados con el caso en el que la ocupación fuera completamente aleatoria, dando la respuesta más exacta posible.
- (b) Utilizar el sistema anterior para comprobar la exactitud de la aproximación de *Rapp*, utilizada habitualmente para estimar los valores de  $A^*$  y  $S^*$ , en el modelo de Wilkinson.

**Problema 25.**

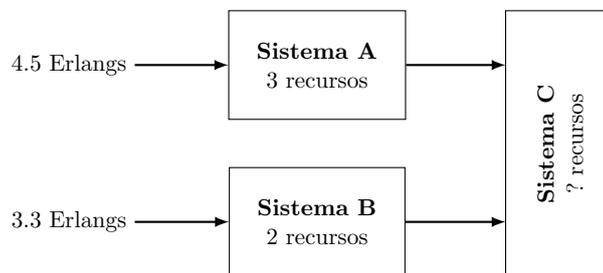
Considerar el sistema de la figura.



- (a) Calcular el número de recursos necesarios en el Sistema 2 para que la probabilidad de pérdida de la Población B sea inferior al 4%, dando la respuesta más exacta posible. Calcular la probabilidad de bloqueo promedio del sistema.
- (b) Asumiendo que el sistema está activo durante 10 horas, ¿cuántos tiempo estaría en reposo cada uno de los recursos de ambos sistemas?
- (c) Para reducir el tiempo de reposo de los recursos del Sistema 2, se decide reducirlos hasta 6. Además, para no perjudicar demasiado a las llamadas de la Población B, se decide rechazar definitivamente algunas de las llamadas desbordadas por el Sistema 1, que no se ofrecerían por tanto al Sistema 2, lo que sucede con una probabilidad  $1 - \varphi$ . Se sabe que el VMR del tráfico proveniente de la Población A que se ofrece al Sistema 2 (tras rechazar las llamadas mencionadas anteriormente) se puede calcular como:  $VMR_A = 1 + \varphi (VMR_i - 1)$ , siendo  $VMR_i$  el VMR del tráfico desbordado inicial. Asumiendo un valor de  $\varphi = \frac{3}{4}$ , calcular la probabilidad de pérdida para las dos poblaciones.

**Problema 26.**

Considerar el sistema de la figura, en el que los tráficos que se ofrecen a los sistemas A y B son de Poisson.



- (a) Si se pretende que la pérdida para cualquier llamada sea inferior al 4%, ¿cuántos recursos serán necesarios en el sistema C?
- (b) ¿Cuál es la probabilidad de bloqueo promedio del sistema? Calcular el tiempo de ocupación promedio de los recursos para los tres sistemas, en una hora de observación.
- (c) ¿Cuántos circuitos hubieran sido necesarios para mantener la probabilidad de bloqueo del apartado (a) si el tráfico desbordado por A y B no se hubiera combinado, utilizando cada uno de ellos un sistema diferente: A<sub>1</sub> y B<sub>1</sub>?

En los apartados (a) y (b) se pide la solución más exacta posible. Para la resolución del apartado (c) se pide no utilizar el método de Frederiks ni el de Wilkinson.

**Problema 27.**

Una empresa tiene subcontratado el servicio de atención al cliente. Estima un tráfico (Poisson) de 1.5 Erlangs y pretende que la probabilidad de pérdida de las llamadas de sus clientes sea inferior al 5%.

- (a) ¿Cuánto pagaría por día (asumiendo jornadas de 8 horas), si cada operador tiene un coste de  $\alpha$  euros, por minuto que esté atendiendo llamadas?  
Asumir que la ocupación de los operadores es aleatoria.

- (b) Se produce un incremento de tráfico, que pasa a ser de 2.9 Erlangs. La empresa contrata nuevos operadores, pero a un coste superior,  $\beta$  euros por minuto. ¿Cuánto sería el gasto por día, si se asume nuevamente ocupación aleatoria, y  $\beta = \frac{3}{2}\alpha$ ?
- (c) Para reducir los gastos, la empresa establece que los nuevos operadores únicamente atiendan llamadas cuando los iniciales estuvieran todos ocupados. ¿Se modificaría la probabilidad de pérdida? Calcular nuevamente el coste total por día, dando la respuesta más exacta posible.

**Problema 28.**

En un sistema de atención al cliente se reciben peticiones de tres grupos de clientes:  $a, b, c$ , con un tráfico ofrecido  $TO = \{1.2, 2.4, 0.7\}$  (Erlangs). Las consultas provenientes de  $a$  y  $b$  se ofrecen a un primer grupo de 3 operadores. Si éstos estuvieran ocupados las llamadas se desviarían a un segundo conjunto de operadores. Las llamadas que llegan de los clientes  $c$  se ofrecen directamente a este segundo grupo de operadores.

*A la hora de resolver los diferentes apartados, y siempre que sea oportuno, se tiene que dar la respuesta más exacta posible.*

- (a) ¿Cuántos operadores serían necesarios contratar en el segundo grupo para que la pérdida de cualquier población sea inferior al 5%?. Calcular la probabilidad de pérdida promedio del sistema, utilizando dos métodos de cálculo diferentes.
- (b) Asumiendo turnos de 8 horas durante 5 días por semana, ¿cuántas horas estarían atendiendo llamadas los operadores de ambos grupo a lo largo de una semana de trabajo?
- (c) Para reducir el coste de operación, se eliminan dos operadores del segundo grupo. Además, se decide priorizar las llamadas de los clientes  $a$ , por lo que las llamadas de  $b$  que no puedan ser atendidas por el primer grupo de operadores se rechazan definitivamente, mientras que las de  $a$  siguen desviándose al segundo grupo. ¿Cuál sería la probabilidad de pérdida para los tres tipos de clientes? Calcular la probabilidad de pérdida promedio del sistema.

*Se sabe que el VMR del tráfico proveniente de las llamadas  $a$  que se ofrece al segundo grupo de operadores se puede calcular como:  $VMR_a = 1 + \varphi(VMR_t - 1)$ , siendo  $VMR_t$  el VMR del tráfico desbordado total (de ambas poblaciones) y  $\varphi$  la probabilidad de que una llamada desviada pertenezca a la población  $a$ .*

**Problema 29.**

Considérese un sistema de atención al cliente, al que le llegan llamadas de dos tipos de usuarios:  $a$  y  $b$ . Éstas son atendidas inicialmente por 2 operadores y, cuando ambos están ocupados, las llamadas se re-enrutan, para ser gestionadas por una empresa externa, con la que se han contratado 3 operadores adicionales.

- (a) Si los tráficos ofrecidos son 2.88 y 1.22 Erlangs ( $TO_a$  y  $TO_b$ , respectivamente) calcular la probabilidad de pérdida para ambos tipos de llamadas, dando la respuesta más exacta posible. Comprobar la validez del cálculo, estableciendo la probabilidad de pérdida de un modo alternativo.
- (b) ¿Cuánto tiempo estaría ocupado cada uno de los 5 operadores en una jornada de 8 horas? Dar la respuesta más exacta posible.

Para priorizar las llamadas provenientes de la población  $a$ , se decide “especializar” los tres operadores subcontratados, de manera que únicamente atiendan llamadas provenientes de  $a$ .

- (c) Calcular la probabilidad de pérdida para ambos tipos de poblaciones, dando la respuesta más exacta posible. ¿Cuál es la probabilidad de pérdida promedio del sistema?

Se sabe que el VMR correspondiente a las llamadas provenientes de un flujo  $x$  se puede calcular como:  $VMR_x = 1 + \varphi_x(VMR_t - 1)$ , siendo  $\varphi_x$  la probabilidad de que la llamada desbordada sea del flujo  $x$  y  $VMR_t$  el VMR de todo el tráfico desbordado.

**Problema 30.**

Se pretende desplegar un sistema para procesar dos tipos de peticiones: 1 y 2. Para ello se cuenta con dos tipos de recursos:  $\alpha$ , que únicamente pueden procesar peticiones del grupo 1, y  $\beta$ , que pueden procesar cualquier tipo de petición.

Se sabe que  $TO_1 = 2.8 \text{ Erlangs}$ ,  $TO_2 = 1.2 \text{ Erlangs}$ , y se pretende que la probabilidad de pérdida de las peticiones del grupo 1 sea inferior al 2%, requisito que se relaja para las peticiones del grupo 2, que admiten una pérdida del 20%.

- En un primer diseño, todo el tráfico se ofrece inicialmente a recursos  $\beta$ , y las peticiones del grupo 1 que no puedan atenderse se pasarían a un segundo grupo de recursos de tipo  $\alpha$ . ¿Cuántos recursos de cada tipo serían necesarios? ¿Cuál es la probabilidad de pérdida para cada tipo de petición? ¿Y la probabilidad de pérdida promedio?
- Se modifica el diseño, de manera que las peticiones del grupo 1 se ofrecen inicialmente a 4 recursos  $\alpha$ . Las que no se pueden cursar serían atendidas por un segundo conjunto de recursos  $\beta$ , a los que también se le ofrecen las peticiones de tipo 2. ¿Cuántos recursos  $\beta$  serían necesarios? ¿Cuál sería la probabilidad de pérdida para cada tipo de petición? ¿Y la promedio?
- Calcular, en esta segunda configuración, el tiempo que cada recurso estaría ocupado, en una hora de observación.

Se pide, en todo momento, dar la respuesta más precisa posible. Se sabe además que cuando hay varios flujos que se ofrecen a un sistema que desborda, el VMR correspondiente a las llamadas provenientes de un flujo  $x$  se puede calcular como:  $VMR_x = 1 + \varphi_x (VMR_t - 1)$ , siendo  $\varphi_x$  la probabilidad de que la llamada desbordada sea del flujo  $x$  y  $VMR_t$  el VMR de todo el tráfico desbordado.

### **Problema 31.**

Se ofrece un tráfico de 3.1 Erlangs a un primer conjunto de 2 recursos. Cuando no pueden atender las peticiones, por estar todos ocupados, éstas son reenviadas a un segundo grupo de  $t$  recursos.

- Calcular  $t$ , de manera que la probabilidad de pérdida para las peticiones sea inferior a 0.06. Realizar el cálculo de dos maneras diferentes.
- ¿Cuánto tiempo estarían ocupados los recursos de ambos grupos en una hora de observación?
- Indicar ventajas y desventajas de las dos maneras de cálculo empleadas en el apartado (a), teniendo en cuenta la solución de los dos apartados anteriores.
- Como el coste de los recursos  $t$  es mayor, se pretende que su ocupación sea superior a 30 minutos por hora. Establecer de manera aproximada el número de recursos que se podrían utilizar, asumiendo que el tráfico desbordado por el primer conjunto de recursos es de Poisson. Calcular la utilización real (en minutos por hora) empleando un modelo más apropiado para dicho tráfico desbordado, así como la probabilidad de pérdida global, utilizando los dos métodos de cálculo del apartado (a).

*A la hora de resolver los diferentes apartados, y siempre que sea oportuno y no se diga lo contrario, se tiene que dar la respuesta más exacta posible.*

### **Problema 32.**

Considerar un sistema de análisis de grandes volúmenes de datos. Debido a la cantidad de memoria que sería necesaria se decide que las peticiones que no puedan ser atendidas (por encontrarse los procesadores ocupados), sean rechazadas.

Se cuenta con un servidor on-premise, dimensionado con 2 procesadores para atender las peticiones, y para tratar de reducir la probabilidad de pérdida se decide contratar en la nube mayor capacidad. Se estima que el tráfico ofrecido es de 1.8 Erlangs.

- ¿Cuántos recursos se tendrán que contratar en la nube para conseguir que la probabilidad de bloqueo sea inferior al 4%? Utilizar dos métodos para realizar el cálculo.
- Si el servicio en la nube tiene un coste de 2 céntimos por procesador y por minuto de ocupación, ¿qué cantidad se tendría que pagar por día, asumiendo que el sistema está disponible las 24 horas?

Con el objetivo de reducir el coste, la empresa decide compartir los recursos en la nube. Así, se ofrece un tráfico adicional (se considera de Poisson) de 0.8 Erlangs a dichos recursos. Se compromete a garantizar un SLA respecto a la probabilidad de pérdida percibida por dichas peticiones, que deberá ser inferior al 8%. Para cumplir con ese requisito, la empresa decide situar un regulador, que rechazaría un porcentaje de las llamadas que no puedan ser atendidas por el servidor on-premise. Éstas no se ofrecerían, por tanto, a los recursos en la nube.

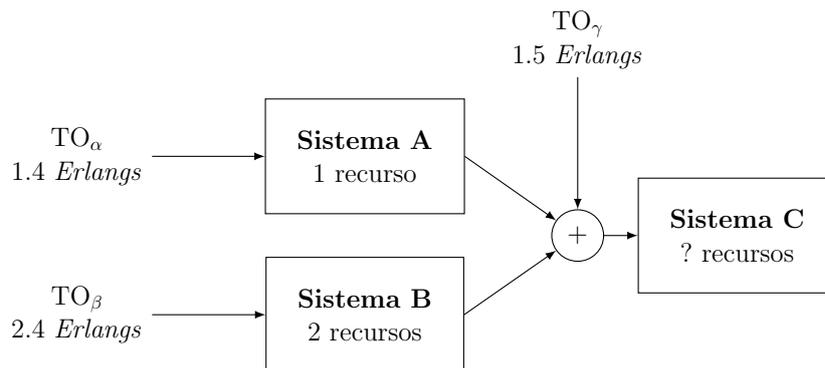
- (c) Asumiendo que el tráfico desbordado fuera de Poisson, ¿con qué probabilidad se deberían rechazar los análisis que no pudieron atenderse por el servidor?
- (d) Utilizando un modelo más apropiado para el tráfico desbordado, calcular la probabilidad de pérdida para los dos tipos de peticiones (de la propia empresa y las externas) y calcular, utilizando dos métodos, la probabilidad de pérdida promedio.

Se sabe que el VMR correspondiente a las llamadas desbordadas que se ofrecen al servidor en la nube se puede calcular como:  $VMR_x = 1 + \varphi_x (VMR_t - 1)$ , siendo  $\varphi_x$  la probabilidad de que la llamada desbordada no sea descartada por el regulador y  $VMR_t$  el VMR de todo el tráfico desbordado.

*Si no se dice explícitamente lo contrario, se pide dar siempre la solución más exacta posible.*

**Problema 33.**

Considerar el sistema de la figura, en el que todos los tráficos son de Poisson.



Se establecen los siguientes requisitos de pérdida:

- Flujo  $\alpha$ :  $PB_\alpha < 5\%$
- Flujo  $\beta$ :  $PB_\beta < 2\%$
- Flujo  $\gamma$ :  $PB_\gamma < 20\%$

- (a) ¿Cuántos recursos serían necesarios en el Sistema C?
- (b) Calcular la probabilidad de pérdida para cada flujo, y la probabilidad de bloqueo promedio, utilizando dos métodos de cálculo.
- (c) ¿Cuánto tiempo estarían ocupados los recursos de cada sistema en una hora de observación?
- (d) Como el coste de los recursos del Sistema C es mayor, se quiere plantear un diseño alternativo, cambiando el número de recursos en cada sistema (siempre que no sea necesario incrementar el número total), respetando además los requisitos de pérdida para cada flujo, e intentando reducir los recursos del Sistema C. Se decide en primer lugar incrementar los recursos del Sistema A hasta 2. ¿Cuál sería el menor número de recursos necesarios para los Sistemas B y C? Para resolver este apartado, se asumirá que el tráfico desbordado es de Poisson.

*Si no se dice explícitamente lo contrario, se pide dar siempre la solución más exacta posible.*

**Problema 34.**

En una arquitectura *fog/cloud*, se asume que los nodos *fog* tienen capacidad para llevar a cabo 2 análisis de manera simultánea, y no disponen de capacidad para mantener peticiones en espera. Cuando una petición no pueda ser atendida, se enviaría a un nodo *cloud*, que cuenta con 3 recursos, y se conecta con varios nodos *fog*. Se asume que el tráfico ofrecido a cada nodo *fog* es de 2 Erlangs.

- (a) ¿Cuál es la probabilidad de pérdida cuando el nodo *cloud* se conecta con 5 nodos *fog*?
- (b) ¿Cuánto tiempo estarían ocupados los recursos de ambos tipos de nodos en una hora de observación?
- (c) ¿Cuántos nodos *fog* podrían conectarse a un nodo *cloud* si se pretendiera que la probabilidad de pérdida de un análisis fuera inferior al 5%?
- (d) Partiendo del resultado del apartado anterior, ¿cuál sería la probabilidad de pérdida si fuera posible que los recursos de los nodos *fog* se agruparan, para procesar cualquier petición, independientemente de donde se hubiera generado?

**Problema 35.**

Se dispone de un sistema de análisis con 5 recursos, que no puede mantener peticiones en espera. Se estima que el tráfico ofrecido es de  $TO_\alpha = 4 \text{ Erlangs}$ . Para reducir la probabilidad de pérdida se decide incorporar un sistema de soporte, que se utilizaría si los 5 recursos estuvieran ocupados, y que se contrata a un proveedor de servicios en la nube.

- (a) ¿Cuántos recursos se tendrán que contratar en la nube para conseguir que la probabilidad de bloqueo sea inferior al 5%? ¿Cuál es la probabilidad de pérdida correspondiente?

El proveedor necesita que los recursos contratados en la nube se compartan con otro de sus clientes, que ofrece un tráfico  $TO_\beta = 1.2 \text{ Erlangs}$  (Poisson).

- (b) ¿Cuál sería la probabilidad de pérdida para cada flujo de tráfico ( $TO_\alpha$  y  $TO_\beta$ )?

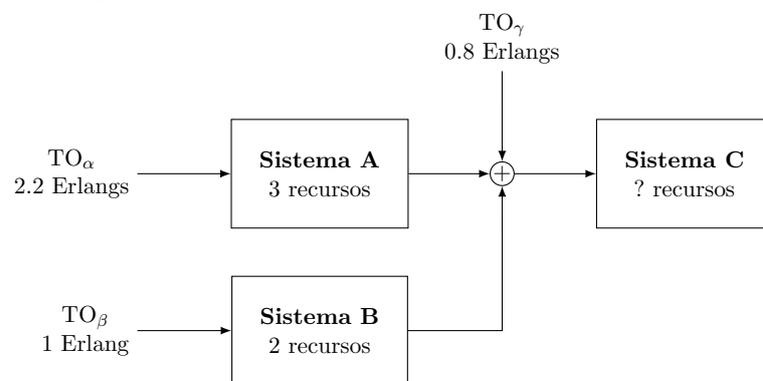
A este cliente ( $\beta$ ) se le debe garantizar una pérdida inferior al 20%, por lo que no es posible que todo el tráfico original ( $\alpha$ ) pueda ser enviado a dichos recursos cuando los del sistema propio estén ocupados. Se decide que la mitad de dicho tráfico ( $TO_\alpha^2$ ) soporte una pérdida de 0.4, y se decide dividir los 5 recursos del sistema original en dos sub-sistemas, de manera que se reserven únicamente los recursos necesarios para esas peticiones ( $TO_\alpha^2$ ), reservando el resto para la otra mitad ( $TO_\alpha^1$ ). Las peticiones de  $TO_\alpha^1$  que no puedan ser atendidas por los recursos del sub-sistema se enviarán a los recursos contratados en la nube (juntándose con el tráfico  $\beta$ ), mientras que las correspondientes a  $TO_\alpha^2$  se perderán definitivamente.

- (c) Calcular la probabilidad de pérdida para los tres flujos de tráfico ( $TO_\alpha^1$ ,  $TO_\alpha^2$ ,  $TO_\beta$ ). Establecer la probabilidad de pérdida promedio, utilizando dos métodos diferentes de cálculo.  
 (d) ¿Cuál sería la ocupación medida (por recurso) de los diferentes grupos, en una hora de observación?

*Si no se dice explícitamente lo contrario, se pide dar siempre la solución más exacta posible.*

**Problema 36.**

Se considera el sistema de la figura.



Se establecen los siguientes requisitos, de probabilidad de pérdida para cada flujo:

- Tráfico  $\alpha$ :  $PB_\alpha \leq 0.04$
- Tráfico  $\beta$ :  $PB_\beta \leq 0.16$
- Tráfico  $\gamma$ :  $PB_\gamma \leq 0.09$

- (a) ¿Cuántos recursos serán necesarios en **C**? ¿Cuál sería la probabilidad de pérdida para cada tipo de flujo?  
 (b) ¿Cuál es la probabilidad de pérdida promedio en el sistema? Hacer el cálculo de dos maneras diferentes.  
 (c) El coste de los recursos es de 7.48, 6.25 y 35.4 céntimos por minuto, para los recursos **A**, **B**, y **C**, respectivamente. ¿Cuál sería el coste por jornada, si se supone de 8 horas?

Para intentar bajar el coste de operación del sistema, se plantea reducir el número de recursos en **C**, que se fijan a 3. Se decide además que no se incrementarán los recursos de **B**.

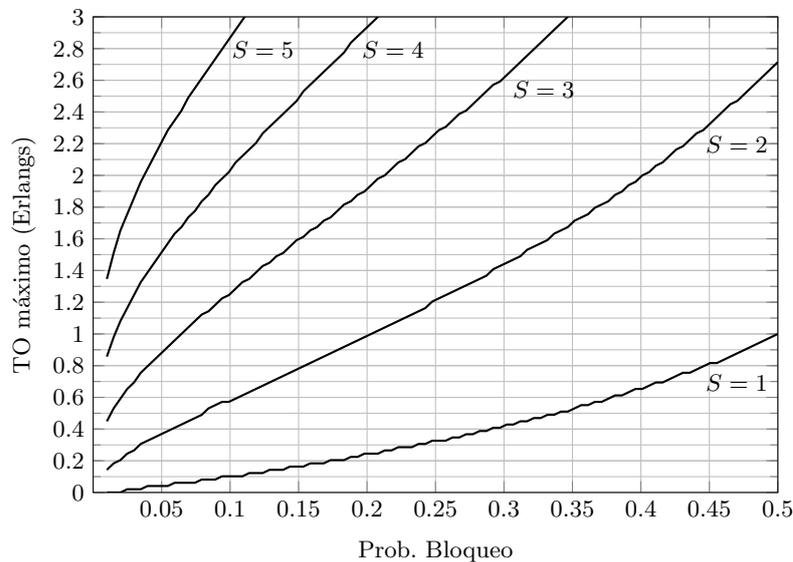
- (d) ¿Cuántos recursos serán necesarios en **A** para mantener las probabilidades de pérdida? En este apartado, se asumirá que el tráfico desbordado es de Poisson.

- (e) ¿Cuál es la probabilidad de pérdida para cada tipo de flujo con la nueva configuración? ¿Se consigue mantener las probabilidades de pérdida? ¿Por qué? ¿Cuál sería la reducción en el coste que se conseguiría?

**Problema 37.**

Un operador de comunicaciones móviles cuenta con 20 celdas en un área determinada, y plantea desplegar BS paraguas para reducir la probabilidad de pérdida de los usuarios. Cada una de las celdas originales cuentan con 4 slots (recursos), y se estima que el tráfico ofrecido, en la hora cargada, es de 3 Erlangs.

- (a) ¿Cuántas BS paraguas le harían falta para cubrir las 20 celdas, si cada una de ellas cuenta con 5 slots y se pretende garantizar una probabilidad de pérdida inferior al 4%? ¿Cuál sería la probabilidad de que una llamada desbordada por la celda original no pudiera atenderse en la BS paraguas? ¿Y la global?
- (b) ¿Cuánto tiempo estarían ocupados los recursos de las celdas y de las BS paraguas en esa configuración?
- (c) Si únicamente puede desplegar 2 BS paraguas, ¿cuántos slots deberían tener para garantizar una probabilidad de pérdida del 4%? ¿Cuál sería la probabilidad de pérdida en este caso?
- (d) ¿Cuántos slots serían necesarios (en total) incorporar en el sistema, si no se desplegaran BS paraguas? Comparar este resultado con los de los apartados (a) y (c).



Tráfico máximo admisible para garantizar una probabilidad de bloqueo

**Problema 38.**

Una empresa que se dedica a realizar análisis bursátiles pretende desplegar sistemas *on-premise* para llevarlos a cabo. Cada sistema cuenta con 4 procesadores y no se pueden tener peticiones en espera. El tráfico total se repartiría de manera equitativa entre todos los sistemas.

- (a) Si el tráfico global es de 8.4 Erlangs, ¿cuántos sistemas serían necesarios si se pretende que la probabilidad de pérdida fuera inferior al 3%? ¿Cuál sería la ocupación media (en minutos por hora) por recurso?

Por limitaciones de su CPD, la empresa únicamente despliega 3 sistemas, y decide contratar recursos en la nube para asegurar que la probabilidad de pérdida no se vea perjudicada. En este caso, todos los análisis que no pudieran ser procesados por los sistemas *on-premise* se enviarían (combinados) al servicio contratado en la nube.

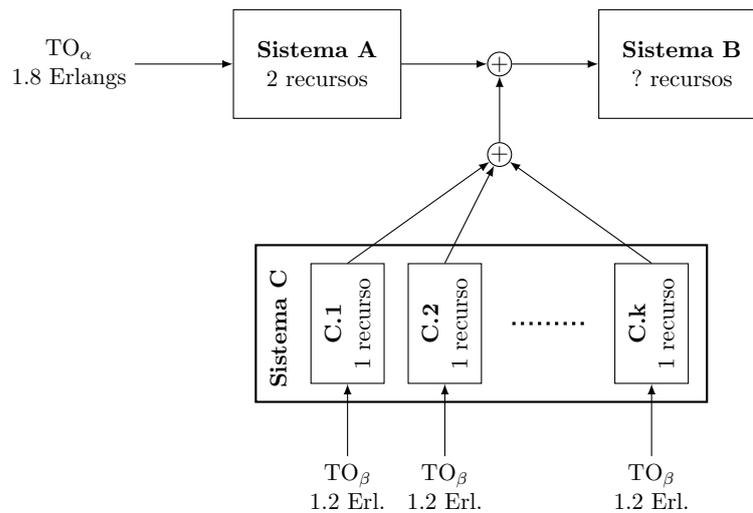
- (b) ¿Cuántos procesadores sería necesario contratar en la nube?
- (c) ¿Cuál sería la ocupación media (en minutos por hora) de cada tipo de recurso?

Se produce un incremento eventual del tráfico, que sube a 10.5 Erlangs.

- (d) Calcular la probabilidad de pérdida, utilizando dos maneras de cálculo alternativa.

**Problema 39.**

Considerar el sistema que se muestra en la figura:



Inicialmente, se supone que el Sistema C contiene 5 módulos ( $k = 5$ ). Con dicha configuración, se pide contestar razonadamente las siguientes cuestiones:

- (a) ¿Cuántos recursos serán necesarios en el Sistema B, si se pretende que las probabilidades de pérdida para los tráficos  $\alpha$  y  $\beta$  sean inferiores al 4% y el 8%, respectivamente?
- (b) ¿Cuál sería la ocupación media (en minutos por hora) de cada tipo de recurso (sistemas A, B, C)?
- (c) Calcular la probabilidad de pérdida promedio, utilizando dos métodos de cálculo diferentes.

Finalmente se decide instalar 10 recursos en el Sistema B. Para establecer el valor de  $k$  que se puede emplear, se van situando módulos en el Sistema C, y se mide el valor medio y la varianza del tráfico ofrecido al Sistema B, con los resultados que se muestran en la Tabla:

Tráfico ofrecido al Sistema B para varios valores de  $k$

	5	6	7	8	9	10	11	12
$TO_B$ (Erlangs)	3.9325	4.5870	5.2415	5.8961	6.5506	7.2052	7.8597	8.5143
$V_B$ (Erlangs <sup>2</sup> )	4.6936	5.4597	6.2258	6.9920	7.7581	8.5242	9.2903	10.0560
$VMR_B$ (Erlangs)	1.1936	1.1903	1.1878	1.1859	1.1843	1.1831	1.1820	1.1811

- (d) ¿Cuántos módulos podrían conectarse si se pretende mantener las probabilidades de pérdida anteriores: 4% y el 8%, para los tráficos  $\alpha$  y  $\beta$ , respectivamente? Establecer, para esa configuración, la probabilidad de pérdida final para cada tipo de tráfico.

**Problema 40.**

Se pretende dimensionar un sistema que recibe  $k$  corrientes de tráfico de 2 Erlangs, que se ofrecen (cada una de ellas) a módulos de  $s$  recursos (esto es, se desplegarán  $k$  módulos de  $s$  recursos cada uno). El requisito de la probabilidad de pérdida en la aplicación para la que desplegó el sistema es del 2%.

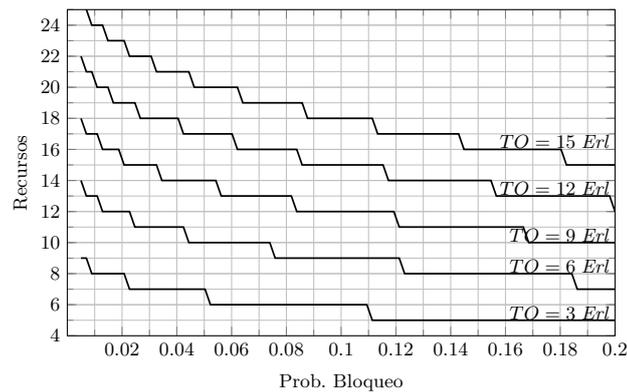
En una primera configuración no se contempla desbordamiento a ningún sistema de soporte.

- (a) ¿Cuántos recursos serían necesarios desplegar (en función de  $k$ )? ¿Cuál sería su ocupación (en minutos por hora)?

En una segunda configuración se utilizan módulos de  $s = 3$  recursos, y para satisfacer el requisito de la aplicación, se decide que el tráfico desbordado de las  $k$  corrientes se ofrezca a un sistema de soporte, proporcionado por un proveedor externo.

- (b) ¿Cuántos recursos serían necesarios, en global, para  $k = 10, 20, 30, 40, 50$ ?
- (c) ¿Cuál es la probabilidad de pérdida, cuando  $k = 20$ ?
- (d) Con  $k = 20$ , ¿cuál sería la ocupación de los dos tipos de recursos? ¿Cuál sería el coste del sistema de soporte (por hora), si la tarifa que le ofrece el proveedor es de 0.53 céntimos por minuto de operación de cada recurso?

A la hora de resolver los diferentes apartados, y siempre que sea oportuno y no se diga lo contrario, se tiene que dar la respuesta más exacta posible.



Recursos necesarios para garantizar una probabilidad de bloqueo para diferentes valores de  $TO$

**Problema 41.**

Una empresa dispone de un sistema de computación en el *edge* para llevar a cabo análisis. Teniendo en cuenta la cantidad de datos necesarios, así como la necesidad de que los resultados se generen con un retardo mínimo, se decide configurar el sistema para que no haya espera.

Se reciben peticiones de dos tipos:  $\alpha$  y  $\beta$ . El tráfico correspondiente es de 1.6 y 1 *Erlangs*, respectivamente. Teniendo en cuenta las características de ambos tipos de análisis, se establece que los pertenecientes a  $\alpha$  necesitan un recurso (procesador), mientras que los  $\beta$  requieren de 3 recursos para ser ejecutados.

- (a) Utilizando un método aproximado, a partir de un único tráfico equivalente (no de Poisson), dimensionar el sistema de computación (número de recursos necesarios) si se pretende que la probabilidad de pérdida sea inferior al 5%.
- (b) La empresa decide finalmente desplegar 8 recursos. Utilizar el algoritmo propuesto por Kaufman para establecer la probabilidad de pérdida de ambos tipos de peticiones.

Para reducir la probabilidad de bloqueo de las peticiones  $\beta$ , la empresa se plantea desplegar recursos adicionales, que únicamente se utilizarían para procesar los análisis de este tipo que hubieran sido descartados por el sistema anterior, el del apartado (b), con 8 recursos.

- (c) ¿Cuántos recursos serán necesarios en el sistema de respaldo, si se supone que se pretende tener una probabilidad de bloqueo del 2% para los análisis  $\beta$ ?

*En este caso, para aplicar las fórmulas de Kosten con el tráfico desbordado correspondiente a las peticiones  $\beta$  se tendrá que utilizar, para el parámetro  $S$  en la expresión de la varianza, un valor de recursos ‘sintéticos’ ( $S_{\dagger}$ ), de manera que  $EB(S_{\dagger}, A_{\beta})$  coincida con la probabilidad de bloqueo calculada en el apartado (b). Por su parte, el valor medio del tráfico desbordado será el producto de  $A_{\beta}$  y dicha probabilidad de bloqueo.*

*Si no se dice explícitamente lo contrario, se pide dar siempre la solución más exacta posible.*

**Problema 42.**

Se tienen dos flujos de tráfico:  $\alpha$  y  $\beta$ ,  $TO_{\alpha} = 1.8$  *Erlangs*,  $TO_{\beta} = 3.9$  *Erlangs*, que son procesados por un sistema que cuenta con  $S_1 = 5$  recursos. Se pretende reducir la probabilidad de pérdida de las peticiones  $\alpha$  hasta el 1%, para lo que se plantea utilizar un segundo sistema, al que únicamente se ofrecerían las llamadas del flujo  $\alpha$  que no hubieran podido ser atendidas por la primera alternativa.

- (a) ¿Cuántos recursos se necesitan en el sistema de soporte?
- (b) ¿Cuánto tiempo estaría activo cada uno de los recursos de ambos sistemas (en media) durante una hora de observación?

La empresa decide finalmente poner  $S_2 = 5$  recursos en dicho sistema de soporte, permitiendo además que algunas de las peticiones  $\beta$  que no pudieran ser atendidas por el sistema original también fueran ofrecidas a esta segunda alternativa.

- (c) ¿Qué porcentaje del tráfico  $\beta$  desbordado por el primer sistema se podría admitir?  
*Para resolver este apartado, se darán dos valores para dicho porcentaje (0.35 y 0.7), y se calculará el valor buscado utilizando interpolación, a partir de las correspondientes probabilidades de pérdida de los puntos anteriores.*
- (d) Utilizando el resultado del apartado anterior, calcular la probabilidad de pérdida para ambos flujos y la global, utilizando dos métodos de cálculo.

*Si no se dice explícitamente lo contrario, se pide dar siempre la solución más exacta posible.*

Se sabe que el VMR correspondiente a las llamadas desbordadas que se ofrecen al sistema de soporte se puede calcular como:  $VMR_x = 1 + \varphi_x (VMR_t - 1)$ , siendo  $\varphi_x$  la probabilidad de que la llamada desbordada no sea descartada y  $VMR_t$  el VMR de todo el tráfico desbordado.

Tema 4 - Sistemas M/M/S/S y extensiones  
Soluciones de la hoja de problemas

**Problema 1.**

- (a) 20 conexiones por sistema  
Son necesarias 35.
- (b) Prob desbordamiento  $\approx 0.26$   
Se necesitan 150 kbps  
 $\rho_{UMTS} = 0.71$ ,  $\rho_{HSPA} = 0.32$   
 $\rho_{total} = 0.54$
- (c) Se necesitan 340 kbps  
 $\rho_{UMTS} = 0.71$ ,  $\rho_{HSPA} = 0.49$   
 $\rho_{total} = 0.57$

**Problema 5.**

- (a) 31 circuitos (6 TRX).
- (b) PB = 0.278, 3 TRX.
- (c) PB = 0.003  
 $\rho_{900} = 0.89$ ,  $\rho_{1800} = 0.34$

**Problema 6.**

- (a) Voz: 0.17 Erlangs  
Video: 0.034 Erlangs  
Datos: 0.085 Erlangs.
- (b) Voz: 128  
Video: 66  
Datos: 105  
Aplicando un modelo más exacto:  
100 para las tres normalizaciones

**Problema 7.**

- (a)  $C = 12.16$  Mbps.
- (b)  $C = 10.83$  Mbps.

**Problema 8.**

- (a) 8 circuitos
- (b) 0.018
- (c) 0.364 y 0.155

**Problema 9.**

- (a) 51 operadores, 50.53 min
- (b) 53 operadores

**Problema 10.**

- (a) 50 usuarios
- (b) 112 kbps [*exacto*], 128 kbps [*aprox*]
- (c) 0.018

**Problema 11.**

- (a) 9 recursos [*exacto*], 10 [*aprox*]
- (b) 0.015
- (c) 0.03

**Problema 12.**

- (a) 5.84 Erlangs, 0.885
- (b) 8 operadores, 64.5 %
- (c) 9 operadores, 53.7 %
- (d) 13 operadores

**Problema 13.**

- (a) 2.752 Mbps
- (b) 1.856 Mbps

**Problema 14.**

- (a) 7 circuitos  
0.4 Erlangs<sup>2</sup>
- (b) 3.5 %

**Problema 15.**

- (a) 13 circuitos
- (b)  $PB_A = 0.0386$ ,  $PB_B = 0.0402$   
 $PB_C = 0.0654$ ,  $\overline{PB} = 0.045$
- (c) A: 9.83 h, B: 9.23 h, C: 7.57 h

**Problema 16.**

- (a) BW = 2000 kbps,  $\rho = 36.3\%$
- (b) BW = 1300 kbps,  $\rho = 55.5\%$

**Problema 17.**

- (a)  $PB_{\text{supervisores}} = 38\%$
- (b)  $PB_{\text{global}} = 15.3\%$
- (c) 3.49 horas

**Problema 18.**

- (a) 9 recursos
- (b)  $PB = 5.22\%$
- (c) 4 horas, 13 minutos

**Problema 19.**

- (a)  $PB = 4.97\%$
- (b)
- (c)  $PB_1 = 3.03\%$   
 $PB_2 = 26.48\%$

**Problema 20.**

- (a)  $PB = 11.72\%$   
35.312 min
- (b)  $PB = 11.72\%$   
 $A_d^T = 1.243$  Erlangs  
 $V_d^T = 1.915$  Erlangs<sup>2</sup>
- (c)  $PB_{\text{nuevas}} = 31.07\%$   
 $PB_{\text{ho}} = 1.33\%$   
6.33 min.

**Problema 21.**

- (a) 6 operadores
- (b) 3.57 horas
- (c) 4 operadores
- (d) 4.2 horas

**Problema 22.**

- (a) 0.2157
- (b) {8.93, 6.36} (minutos)
- (c) {0.468, 0.153} (minutos)

**Problema 23.**

- (a) 5
- (b) {34.9, 12.1} (minutos)
- (c)  $PB = 7\%$

**Problema 24.**

- (a) {0.744, 0.525}  
Aleatorio: 0.658
- (b)

**Problema 25.**

- (a) 8,  $PB = 0.023$
- (b) {2.8, 5.45} horas
- (c) {0.17, 0.081}

**Problema 26.**

- (a) 8
- (b) 0.029; {45.6, 43.8, 28.8} min
- (c) 11

**Problema 27.**

- (a)  $685.47 \cdot \alpha \text{ €}$
- (b)  $1548 \cdot \alpha \text{ €}$
- (c)  $1441 \cdot \alpha \text{ €}$

**Problema 28.**

- (a) 6 operadores. 1.88 %
- (b) 28.2 y 14.03 horas
- (c) 0.014, 0.4124, 0.033.  
 $\overline{PB} = 0.24$

**Problema 29.**

- (a) 0.207
- (b) 6.19 y 4.55 horas
- (c)  $PB_a = 0.14$ ,  $PB_b = 0.62$ ,  $\overline{PB} = 0.28$

**Problema 30.**

- (a) 5 y 3 recursos  
 $PB_1 = 0.01$ ,  $PB_2 = 0.2$   
 $\overline{PB} = 0.07$
- (b) 4 recursos  
 $PB_1 = 0.017$ ,  $PB_2 = 0.094$   
 $\overline{PB} = 0.04$
- (c) 34.28 y 23.29 min

**Problema 31.**

- (a) 4 recursos
- (b) 42.82 y 22.62 min
- (c)
- (d) 2 recursos, 30.6 min,  $PB = 0.22$

**Problema 32.**

- (a) 3 recursos
- (b) 18 €
- (c) 0.54
- (d)  $PB_{1,2} = \{0.214, 0.0935\}$   
 $PB = 0.177$

**Problema 33.**

- (a) 8 recursos
- (b)  $PB_{A,B,C} = \{0.0128, 0.01, 0.02186\}$   
 $PB = 0.0141$
- (c) 35, 39, 25 min
- (d) Para B: 4 o 5, para C: 4

**Problema 34.**

- (a)  $PB = 0.19$
- (b) fog: 36 m, cloud: 41.9 m
- (c) 1 o 2
- (d) 0.037 o 0.063

**Problema 35.**

- (a) 3 recursos,  $PB = 0.03$
- (b)  $PB_\alpha = 0.0513$ ,  $PB_\beta = 0.2578$
- (c)  $PB_\alpha^1 = 0.039$ ,  $PB_\alpha^2 = 0.4$ ,  $PB_\beta = 0.1853$   
 $PB = 0.2116$
- (d)  $a$ : 31.6 m,  $b$ : 36 m,  $c$ : 26.4 m

**Problema 36.**

- (a) 4 recursos  
 $PB_\alpha = 0.0182$ ,  $PB_\beta = 0.0151$ ,  $PB_\gamma = 0.0757$
- (b) 0.0289
- (c) 324 €
- (d) 5 recursos
- (e)  $PB_\alpha = 0.0047$ ,  $PB_\beta = 0.0194$ ,  
 $PB_\gamma = 0.097$ ,  $\Delta_{\text{coste}} = 17\%$

**Problema 37.**

- (a) 4 BS paraguas. 0.176, 0.036
- (b) 35.53, 30.65 min/h
- (c) 8 recursos. 0.0387
- (d) 60 recursos

**Problema 38.**

- (a) 7, 17.53 min
- (b) 4 recursos
- (c) 34.2 m (on-premise), 20.5 m (cloud)
- (d) 0.0664

**Problema 39.**

- (a) 7 recursos
- (b) 34.21 m, 31.04 m, 32.72 m
- (c) 0.0398
- (d) 10 módulos  
 $PB_\alpha = 0.0385$ ,  $PB_\beta = 0.0573$

**Problema 40.**

- (a) 6 recursos, 19.76 min
- (b) 9, 13, 17, 22, 26 recursos
- (c) 0.014
- (d) on-premise: 31.58 m, soporte: 36.26 m  
2.5 €

**Problema 41.**

- (a) 11 recursos
- (b)  $PB_\alpha = 0.0617$ ,  $PB_\beta = 0.255$
- (c) 6 recursos

**Problema 42.**

- (a) 4 recursos
- (b) 1: 45.22 m, 2: 9.07 m
- (c) 45 %
- (d)  $PB_\alpha = 0.009$ ,  $PB_\beta = 0.1905$ ,  
 $PB = 0.2116$