E.T.S.I.I.T - Grado en Ingeniería de Tecnologías de Telecomunicación

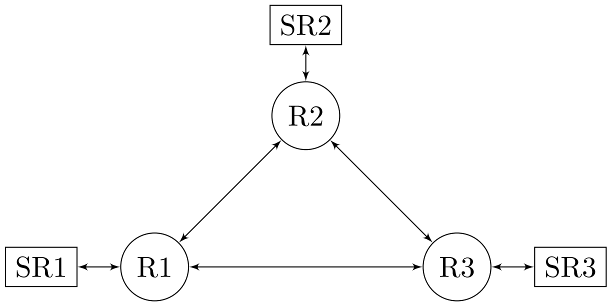
Dimensionado y Planificación de Redes

Hoja de Ejercicios - Tema 6

Redes de Sistemas de Cola

Problema 1.

Una empresa con varias delegaciones interconecta las subredes correspondientes (SR1, SR2, SR3) a través de tres routers (R1, R2, R3). Las interconexiones de éstos se realizan con enlaces tipo 'Frame Relay'. En el análisis de la configuración no se consideran las subredes $SR_i, i = 1, 2, 3$, ya que, debido a su alta velocidad (1 `Gbps` Ethernet), no contribuyen de manera significativa al retardo total. La figura muestra la topología final de la red.



Se sabe que el tráfico total generado por la subred 1 ($SR1$) es 80 paquetes por segundo, que el tráfico total que llega a la subred 2 ($SR2$) es 100 p/s. Medidas más detalladas permiten estimar que la tasa desde los terminales de la subred 1 hasta los de la subred 3 es de 40 paquetes por segundo, que se generan 25 paquetes por segundo entre $SR2$ y $SR1$, 40 paquetes por segundo entre la subred 2 y la subred 3 y, finalmente, 70 paquetes por segundo entre $SR3$ y $SR1$.

El tiempo de llegada entre dos paquetes consecutivos se distribuye con una fdp exponencial negativa, siendo la longitud media de los paquetes de 512 bytes, estando distribuida según una fdp geométrica.

(a) Dibujar el grafo de la red de sistemas de cola correspondiente a la topología anterior. Indicar el tipo de la red y los dos teoremas más importantes para el análisis de su rendimiento. Indicar la importancia de los dos teoremas en relación con el análisis del rendimiento de una red de paquetes.

(b) Completar la matriz de demanda, en paquetes por segundo, entre las subredes, así como los valores totales de llegada y salida entre la subred y el router correspondiente. Exponer el resultado en una tabla como la que se muestra a continuación.

	1	2	3	*Suma*
1				
2				
3				
Suma				

(c) Calcular el flujo en paquetes por segundo por cada nodo de la red de sistemas de cola, teniendo en cuenta que el gestor de la red programa los routers de manera que el flujo entre las subredes i y j se envíen por ambos caminos en partes iguales (por razones de fiabilidad). Indicar en una tabla el flujo de entrada y salida de los routers, comparando los valores obtenidos.

(d) Indicar ahora en una tabla como la que se indica a continuación el flujo de cada nodo y establecer la velocidad necesaria en cada uno de forma que el tráfico no supere, en ningún caso, 0.75. Asumir que las velocidades de los routers pueden ser múltiplos de 150 kBytes/s (150, 300, 450,...) y que la capacidad de las líneas Frame Relay se da en unidades de 64 kbps (64, 128, 192..). Calcular los valores de ocupación de cada nodo (n) y el retardo medio para que un paquete atraviese completamente el nodo (τ).

Tipo nodo	λ (pkt/s)	Velocidad (kBytes/s)	t_s (ms)	A (Erlang)	n (paquetes)	τ (ms)
Fuente 0						
Global	–	–	–	–		

(e) Calcular el retardo medio entre las subredes i y j, con $i \neq j$ y exponer los resultados en una matriz como la indicada a continuación. Calcular el retardo medio para toda la red, a partir de los valores individuales y aplicando la fórmula de Little, comparando los resultados.

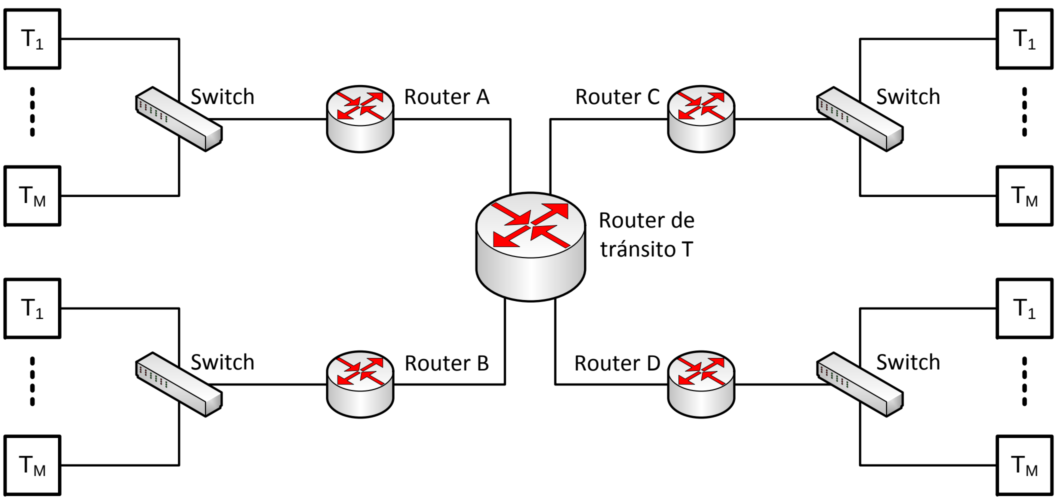
	1	2	3
1			
2			
3			

(f) Calcular, a partir de los resultados del apartado c), las probabilidades de la matriz de transición. Calcular la suma de los valores de cada fila, comentando el resultado.

(g) Calcular el valor máximo de paquetes total λ_0 que puede entrar en la red para que la ocupación máxima de cualquier nodo de la misma no sea superior a 0.8, sin modificar las velocidades de los routers y líneas Frame Relay. Generar, con esta λ_0, una tabla similar a la del apartado d); calcular el retardo medio de toda la red. ¿Es necesario modificar la matriz **T** calculada en el apartado f)?

Problema 2.

Se considera una empresa con delegaciones en las ciudades A y B. Los terminales de los empleados de la empresa envían paquetes a unas bases de datos que se encuentran en las ciudades C y D. Para ello se conectan a un *switch* Ethernet de 100 `Mbps`, cuya salida se conecta, a su vez, a un *router* en A y B. Las bases de datos se conectan directamente a un *router* en C y D. Los cuatro *routers* de acceso se conectan mediante circuitos alquilados a un nodo de tránsito, tal y como se muestra en la Figura.



La longitud media de un paquete (variable aleatoria exponencial negativa) es 1 KByte y se supone que la memoria en los buffers de entrada y salida en los routers es suficientemente larga. La tasa de paquetes que se mandan desde los terminales a las bases de datos es la que se establece en la matriz de tráfico que se muestra seguidamente. Las medidas de las que se dispone permiten establecer que los paquetes se generan según procesos de *Poisson*.

λ (p/s)	C	D
A	7	2
B	4	4

(a) Dibujar el grafo de la red de sistemas de cola correspondiente a la topología anterior.

(b) Calcular el flujo en paquetes por segundo por cada nodo de la red de sistemas de cola. Indicar en una tabla el flujo de entrada y salida de los routers, comparando los valores obtenidos.

(c) Indicar, para cada nodo de la red, el flujo total de paquetes; calcular los valores de ocupación de cada nodo (n) y el retardo medio para que un paquete lo atraviese completamente (τ), teniendo en cuenta que la velocidad de procesado de los *routers* de acceso es 102.4 `kbps`, la del nodo de tránsito 1024 `kbps` y la capacidad de los enlaces alquilados es 128 `kbps`.

(d) Calcular el retardo medio entre cada par de puntos y, a partir de esos resultados, el retardo medio (global) en la red. Comprobar que el resultado es correcto, utilizando los valores obtenidos en el apartado anterior.

Problema 3.

Una corporación de empresas instala una RDSI corporativa para unir sus sedes. Instala en cuatro de ellas (nodos) centralitas de conmutación de circuitos de Alcatel Lucent, que se interconectan con circuitos de 64 kbps. Se estima que en la hora cargada el tráfico es el que se indica en la siguiente matriz (valores en Erlang).

	A	**B**	**C**	**D**
A	-	25	23	17
B	29	-	33	19
C	38	24	-	27
D	19	24	19	-

(a) Calcular el número de circuitos asumiendo un encaminamiento directo del tráfico (sin desbordamiento) asumiendo una probabilidad de perdida del 1 %. Establecer el factor de uso global ρ_1 de los circuitos, teniendo en cuenta que la pérdida es del 1 %; ¿será el factor de uso real mayor o menor que ρ_1?

Enlace	**Tráfico directo**	**# de circuitos**
AB		
AD		
BD		
AC		
BC		
CD		
Total		

(b) El operador estudia un esquema de encaminamiento jerárquico, y selecciona C como nodo superior, estableciendo que el resto pertenezcan al nivel inferior. Seleccionar el número de circuitos en los enlaces directos a partir del tráfico ofrecido, redondeando (por arriba/abajo) para que sea un múltiplo de grupos de 30 circuitos. Dimensionar los circuitos de los enlaces finales con un bloqueo del 1 %. Calcular el factor de uso ρ_1 de los circuitos. Calcular el bloqueo real por enlace, así como el tráfico cursado por enlace; establecer el factor de uso global (ρ_2). Comparar ambos valores, justificando la diferencia. ¿Hay alguna razón por la que se haya elegido C como nodo superior?

Enlace	Tráf. directo	Tráf. desb.	Tráf. total	# circuitos	Prob. bloqueo	Tráf. cursado
AB						
AD						
BD						
AC						
BC						
CD						
Total						

(c) Se decide aplicar un esquema de encaminamiento DNH (dinámico no jerárquico), con una probablidad de desbordamiento del 7 %. Calcular el tráfico total en cada enlace y el número de circuitos. Calcular los límites inferior y superior del bloqueo global; ¿bajo qué condiciones se da el límite inferior/superior?. ¿Por qué se decide emplear una probabilidad del 7 % para el desbordamiento?. Calcular los dos factores de uso de los circuitos ρ_1 (con el valor de bloqueo mínimo) y ρ_2.

Enlace	Tráf. directo	Tráf. desb.	Tráf. total	# circuitos	Prob. bloqueo	Tráf. cursado
AB						
AD						
BD						
AC						
BC						
CD						
Total						

(d) El operador decide utilizar grupos E1 para interconectar (un grupo E1 proporciona, para el encaminamiento del trafico, hasta 30 circuitos). Calcular el número de grupos E1 necesarios (para los tres esquemas de encaminamiento) y el factor de uso ρ_1, comparando los resultados.

Enlace	DR	HR	DNHR
AB			
AD			
BD			
AC			
BC			
CD			
Total			

(e) En los apartados anteriores se ha aproximado el tráfico de desbordamiento con un modelo de Poisson. ¿Cuál es la característica real de este tráfico? ¿Se hubieran obtenido más o menos circuitos que al utilizar la aproximación anterior?

Problema 4.

Una red de área local se compone de dos conmutadores conectados entre sí. La velocidad de sus procesadores es de 100 `Mbps`. Al primer switch (1) se conectan $M_1 = 4$ terminales y al segundo (2) $M_2 = 8$ equipos. Tras una serie de medidas se estima que la distribución de los paquetes generados por cada terminal (α) es la que se indica en la matriz $\mathbf{A}$ (el elemento $a_{i,j}$ indica la tasa que genera un terminal conectado al nodo i, dirigida a equipos conectados al nodo j). Se asume, además, que la longitud de los paquetes sigue una distribución exponencial negativa, con un valor medio de 1024 `Bytes`.

$$\mathbf{A}(pkt/s) = \begin{pmatrix} 320 & 384 \\ 256 & 200 \end{pmatrix}$$

(a) Calcular el tiempo de procesado por paquete y las tasas entre terminales conectados al mismo switch y la que se dirige al otro conmutador, generando una tabla similar a la que se muestra a continuación.

λ (pkt/ms)	1	2	*Suma*
1			
2			
Suma			

(b) Establecer la red de *Jackson* correspondiente, y generar la matriz de flujo (**F**) y la de transición (**T**).

F (pkt/ms)	0	1	2	*Suma*
0				
1				
2				
Suma				

T	0	1	2	*Suma*
0				
1				
2				

(c) Calcular el factor de utilización y el retardo total para los sistemas M/M/1 de la red de *Jackson* anterior.

(d) ¿Cuál es el retardo medio para un paquete cualquiera?

Problema 5.

La empresa **LogiLEGO** tiene sus dos sedes remotas ($R1$ y $R2$) interconectadas con la central (C), con líneas alquiladas de 512 `kbps` (para cada sentido). El router de la sede central tiene una velocidad de procesado de 2.048 `Mbps`, mientras que las de los nodos de las sedes remotas (con unas prestaciones algo inferiores) son de 1.024 `Mbps`. La matriz de tráfico entre las tres sedes es la que se muestra a continuación.

(a) Modelar el sistema con una red de *Jackson* y establecer las matrices de flujo y de transición.

(b) Teniendo en cuenta que la longitud media de los paquetes es de 512 *Bytes*, calcular el tiempo que un paquete cualquiera tardaría en llegar de su origen a su destino.

(c) ¿Qué incremento de tráfico se podría asumir, si se pretende que ninguno de los *routers* tenga una carga superior al 80 %?

Γ (pkt/s)	C	$R1$	$R2$
C	-	30	70
$R1$	50	-	30
$R2$	80	-	-

Problema 6.

Para analizar el comportamiento de una red con tres *routers* (A, B y X), los ingenieros de la empresa **EARti** establecen la matriz de transición $\mathcal{T}$, que se corresponde con el grafo de *Jackson* correspondiente, así como los valores de α, para todos los nodos de la red ($\alpha_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_0}$).

$$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} & & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{5} & \mathbf{6} & \mathbf{7} \\ \mathbf{0} & & 0.00 & 0.40 & 0.60 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ \mathbf{1} & (A) & 0.50 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.50 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ \mathbf{2} & (B) & \frac{1}{3} & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & \frac{2}{3} & 0.00 \\ \mathbf{3} & (X) & 0.30 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.40 & 0.00 & 0.30 \\ \mathbf{4} & (A \to X) & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ \mathbf{5} & (X \to A) & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ \mathbf{6} & (B \to X) & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ \mathbf{7} & (X \to B) & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{pmatrix}$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{5} & \mathbf{6} & \mathbf{7} \\ 1.0 & 0.8 & 0.9 & 1.0 & 0.4 & 0.4 & 0.6 & 0.3 \end{bmatrix}$$

(a) Asumiendo un tráfico total en la red de 100 paquetes por segundo (λ_0), determinar la matriz de tráfico entre los tres *routers*.
Sugerencia: encontrar inicialmente la matriz de flujo usando el diagrama del grafo de Jackson correspodiente.

(b) Calcular el tiempo medio de permanencia en la red para un paquete genérico, a partir de la ocupación de cada uno de los nodos de la red de *Jackson*, asumiendo que el tiempo de servicio es igual para todos los nodos, $t_s = 5\ ms$.

(c) Calcular el tiempo medio que tardaría un paquete en ir de A a B, y de B a A.

Problema 7.

Una compañía tiene sus dos sedes remotas ($R1$ y $R2$) interconectadas con la central (C), con líneas alquiladas de 512 `kbps` (para cada sentido). El conmutador de la sede central tiene una velocidad de procesado de 2.048 `Mbps`, mientras que los conmutadores de los nodos de las sedes remotas (con unas prestaciones algo inferiores) son de 1.024 `Mbps`. La matriz de tráfico entre las tres sedes es la que se muestra a continuación. Se supone que el retardo correspondiente a la conexión entre los equipos y los conmutadores es despreciable.

(a) Modelar el sistema con una red de *Jackson* y establecer las matrices de flujo y de transición.

(b) Teniendo en cuenta que la longitud media de los paquetes es de 512 *Bytes*, calcular el tiempo que un paquete cualquiera tardaría en llegar de su origen a su destino.

(c) ¿Cuál es el tiempo medio en el que una petición originada en C llegue a su destino?

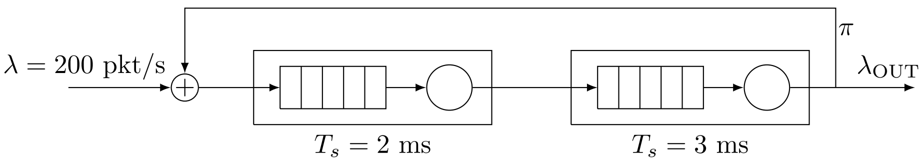
(d) ¿Qué incremento de tráfico se podría asumir, si se pretende que ninguno de los *routers* tenga una ocupación superior al 75 %?

Γ (pkt/s)	C	$R1$	$R2$
C	-	30	70
$R1$	50	20	20
$R2$	60	-	30

Matriz de tráfico

Problema 8.

En el sistema de la figura se atraviesan dos sistemas MM1. Cuando abandonan el segundo, se comprueba la existencia de errores en los paquetes, y en caso que los hubiera, se tiene que comenzar el procesado desde el comienzo, lo que sucede con una probabilidad π.



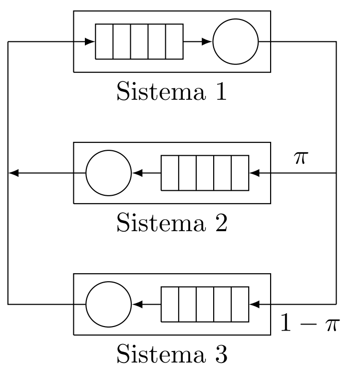
(a) Representar el grafo necesario para analizar el comportamiento del sistema mediante una red de *Jackson*, y establecer las matrices de flujo y transición en función de π.
Tener en cuenta que la tasa de salida λ_{OUT} tiene que ser igual a la tasa de entrada λ.

(b) Calcular la ocupación individual de cada uno de los sistemas MM1 y el tiempo medio de permanencia en el sistema para $\pi = 0$ y $\pi = 0.2$.

(c) ¿Cuál es valor máximo de λ que se puede aceptar en el sistema si se pretende que ninguno de los nodos MM1 tengan una ocupación mayor del 90 %, y $\pi = 0.2$?

Problema 9.

Considérese la siguiente red cerrada, en la que los *'clientes'* que salen de los sistemas 2 y 3 automáticamente pasan al 1. Se considera que los tres nodos tienen la misma tasa de servicio μ.



(a) Si $\pi = 0.5$ y el número de *clientes* en la red es $N = 2$, calcular la función de probabilidad conjunta para el número de clientes en cada nodo, y establecer la ocupación de cada uno de los sistemas.

(b) Utilizar el algoritmo de *Buzen* para calcular la ocupación de cada uno de los tres sistemas para $N = 2$, comprobando los resultados con los obtenidos en el apartado anterior, y para $N = 5$, si $\pi = 0.5$ ¿Cuál es el valor medio de *'clientes'* en cada sistema?

(c) Calcular las medidas de rendimiento de los tres sistemas para $\pi = 0.5$, utilizando el método *MVA*, para $N = 2, 5, 8$, asumiendo que $\mu = 1\ s^{-1}$.

Problema 10.

Considerar un sistema que analiza patrones de ADN, formado por tres procesos diferentes. De los análisis que llegan al sistema, un 20 % tienen que pasar un pre-procesado (*fase 1*), lo que lleva un tiempo medio de 2 segundos. El resto pasan directamente a la *fase 2*, con una duración media de 1.8 segundos. Una vez que finaliza el procesado de esta segunda fase, hay una probabilidad del 40 % de que el análisis no converja, por lo que tendría que volver a analizarse (únicamente por la *fase 2*), tras pasar por un tercer módulo software (*fase 3*), que adapta las características del análisis, para lo que requiere un tiempo medio de 4.8 segundos. Se reciben 15 análisis por minuto y se asume que se dan las condiciones para modelar cada módulo con un MM1.

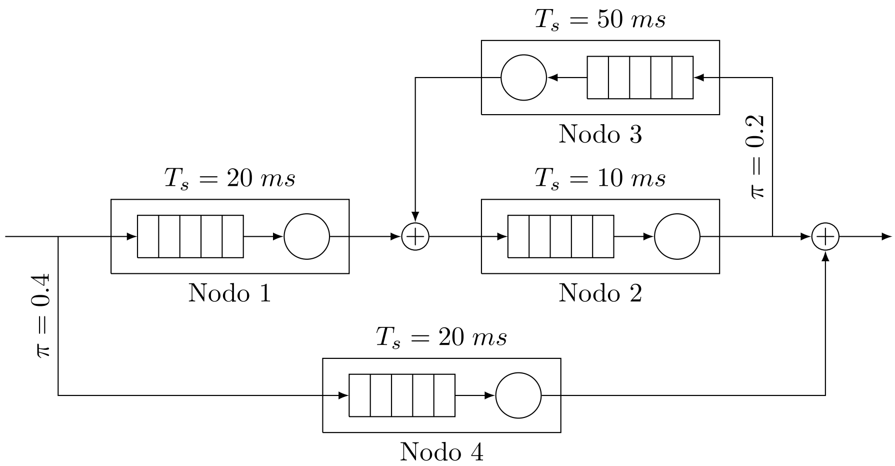
(a) Modelar el sistema con una red de *Jackson* abierta, y establecer las matrices de flujo y de transición.

(b) Calcular el tiempo medio de permanencia en el sistema y, a partir de ese resultado, el número medio de veces que un análisis tendría que pasar por la fase 3 (de adaptación).

(c) ¿Cuál es la tasa máxima de análisis que se podría aceptar, si se pretende que el retardo máximo en cualquiera de las fases sea 30 segundos?

Problema 11.

Considerar el siguiente sistema, en el que cada uno de los nodos se modela como un MM1. La tasa de entrada (proceso de Poisson) es $\lambda_0 = 50$ paquetes por segundo.



(a) Modelar el sistema con un grafo (red de *Jackson* abierta), y establecer las matrices de flujo y de transición.

(b) Calcular el tiempo medio de permanencia en el sistema.

(c) ¿Cuál es el valor máximo de λ_0 que se podría aceptar en el sistema, si se pretende que la ocupación de los nodos no supere el 90 %?

Problema 12.

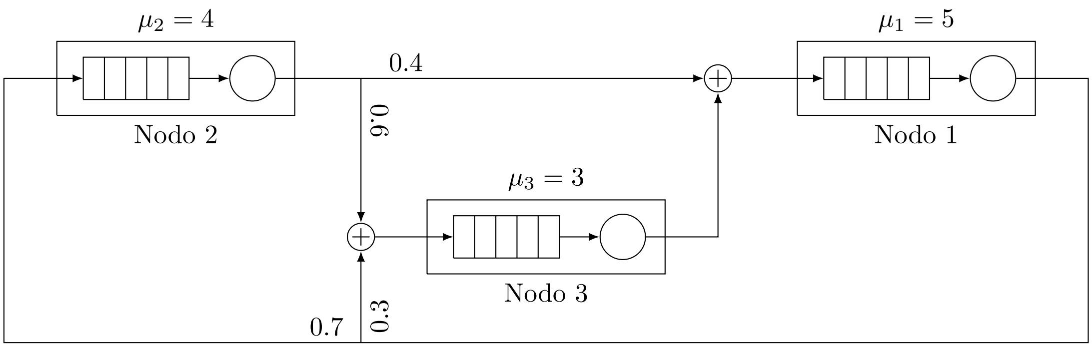
$\mathbb{T}$ es la matriz de transición de una red de *Jackson* abierta (teniendo en cuenta el nodo 0) con tres sistemas MM1 (el nodo 1 se corresponde con la fila/columna 2, el nodo 2 con la fila/columna 3 y el nodo 3 con la fila/columna 4). Se sabe que la tasa de paquetes que entra a la red es $\lambda_0 = 80$ paquetes por segundo, y que los tiempos de servicio en los tres nodos son (todos en milisegundos) $(t_s)_1 = 3.75, (t_s)_2 = 2, (t_s)_3 = 20$.

$$\mathbb{T} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.8 & 0 & 0 & 0.2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) Representar la topología *real* de la red que se está modelando, indicando las tasas de paquetes en cada sistema.
(b) ¿Cuál es el tiempo medio de permanencia en la red para un paquete cualquiera?
(c) A partir del resultado anterior, calcular el número de veces que un paquete atraviesa, en media, el sistema 3.
(d) ¿Cuál es el valor máximo de λ_0 que se podría aceptar, si se pretende que ningún nodo esté ocupado más del 80 % del tiempo?

Problema 13.

Considerar la red de Jackson cerrada de la figura, en la que se establece que el número de 'clientes' es $N = 4$.



(a) Establecer la ocupación de cada uno de los sistemas y el número medio de paquetes en cada uno de ellos a partir de la función de probabilidad conjunta de los paquetes en cada nodo.
(b) Utilizar el algoritmo de *Buzen* para calcular la ocupación de cada uno de los tres sistemas, comparando los resultados con los obtenidos en el apartado anterior. Determinar también el número medio de *'clientes'* en cada sistema.
(c) Utilizar el método *MVA* para establecer el rendimiento de los tres sistemas, calculando el tiempo de permanencia y el número medio de paquetes en cada nodo.

Problema 14.

Un sistema de análisis de tendencia de mercado cuenta con dos fases: la primera tiene una duración media de 0.2 segundos, mientras que la segunda, en función del resultado de la primera, puede realizarse en dos procesos diferentes, con tiempos de ejecución $T_A = 0.4$, $T_B = 1$ (segundos) . Se supone que siempre hay análisis esperando para ser ejecutados y que una vez que finaliza uno, comienza el siguiente. Además, la probabilidad de la que segunda fase se ejecute en el proceso A es 0.75.

(a) Modelar el sistema como una Red de Jackson Cerrada y determinar los posibles estados del sistema, si se programa para que solamente se acepten 2 análisis cada vez.
(b) Calcular la función de distribución conjunta de la ocupación de los tres procesos, normalizando respecto a la tasa del correspondiente a la primera fase. Calcular posteriormente la ocupación y el número medio de análisis en cada uno de los procesos.
(c) Utilizar el algoritmo MVA para calcular el número medio de análisis en cada proceso si el número de análisis simultáneos se incrementa hasta 3. ¿Cuánto tiempo, en media, tardaría un análisis en ser procesado completamente?

Problema 15.

Una Red de Jackson Abierta está caracterizada por la matriz de encaminamiento $\mathcal{R}$. Se sabe además que la tasa de entrada a los tres nodos es $\Lambda = [16\ 24\ 0]$. (llegadas/segundo).

$$\mathcal{R} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ 0 & 0 & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) Representar la red real, indicando las tasas de entrada en cada uno de los nodos. Representar el grafo correspondiente, añadiendo el nodo virtual 0 para incluir todo el tráfico externo (entrada/salida), e indicar asimismo la matriz de flujo del sistema.

(b) Si se supone que $\mu_1 = 24$, $\mu_2 = 56$, $\mu_3 = 69.6$ (s^{-1}), calcular el tiempo medio que tarda una petición cualquiera en atravesar todo el sistema. ¿Cuánto sería ese tiempo para las peticiones que llegan directamente al nodo 2?

(c) ¿Cuál es la tasa global máxima que se podría aceptar en el sistema, si se pretende que ninguno de los nodos esté activo más del 80 % del tiempo, por motivos de fiabilidad?

Problema 16.

Un sistema distribuido recibe trabajos a una tasa de 5 llegadas por minuto. Todos ellos son procesados inicialmente por una CPU, que los remite a un sistema de discos (con probabilidad $\frac{3}{4}$) o a una impresora. Una vez procesado por el sistema de discos, un trabajo finaliza completamente (esto es, abandona el sistema), con probabilidad $\frac{1}{2}$, o regresa nuevamente a la CPU para reiniciar el proceso. Se supone que, tras pasar por la impresora, todos los trabajos salen definitivamente del sistema.

Se asume que todos los elementos pueden modelarse como sistemas M/M/1, con los siguientes tiempos de servicio: 1 (CPU), 4 (Disco) y 20 (Impresora) segundos.

(a) Modelar el sistema con una Red de Jackson Abierta, y establecer la matriz de transición correspondiente, considerando el nodo virtual 0 para incluir todo el tráfico externo.

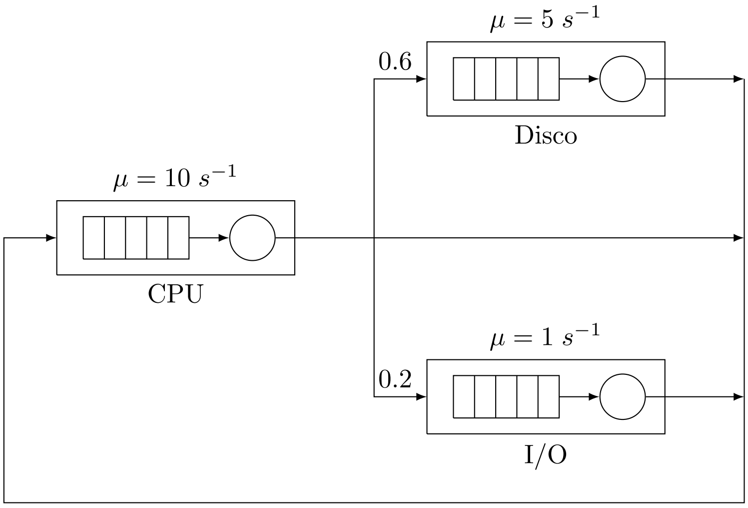
(b) Calcular el tiempo medio que un proceso está en el sistema.

(c) ¿Cuál es la probabilidad de que la CPU esté inactiva? ¿Cuánto tiempo estará el disco en funcionamiento, si el sistema permanece activado durante 10 horas?

(d) ¿Si se pretende que la impresora no esté funcionando más de 6 horas en una jornada, ¿cuál es la tasa máxima de trabajos que podría aceptarse?

Problema 17.

Se modela un sistema de computación a través de una *Red de Jackson Cerrada*, tal y como se ve en la Figura. Se cuenta con tres elementos: CPU, Disco, I/O, con tasas de servicio: $\mu_{\text{cpu}} = 10\ s^{-1}$, $\mu_{\text{disco}} = 5\ s^{-1}$, y $\mu_{\text{io}} = 1\ s^{-1}$. Se decide limitar el número de trabajos en el sistema a 4, y se asume que siempre hay trabajos esperando para ser atendidos.

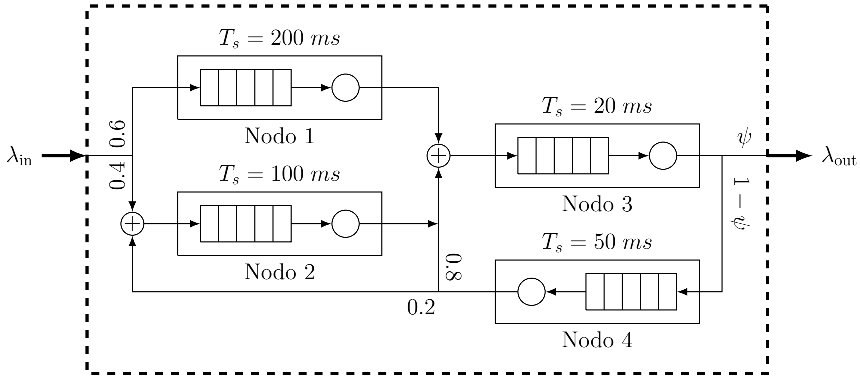


(a) Utilizar el Algoritmo de Buzen para establecer la función densidad de probabilidad de ocupación de la CPU. Si el sistema estuviera activo 24 horas al día, ¿durante cuánto tiempo coincidirían 4 análisis de manera simultánea en la CPU?

(b) ¿Cuántos estados posibles tiene el sistema? A partir del apartado anterior, establecer la función de densidad de probabilidad conjunta de la ocupación de los tres sistemas. ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema de I/O esté vacío?
(c) Utilizar el método MVA para calcular el tiempo medio que un análisis tarda en atravesar el sistema de computación.

Problema 18.

Considerar la Red de Jackson Abierta de la figura, en la que la tasa de llegadas es $\lambda_{\text{in}} = 5\ s^{-1}$.



(a) Asumiendo que $\psi = 0.5$, establecer la matriz de flujo y de transición correspondientes. ¿Cuál es la tasa de entrada en cada uno de los nodos?
(b) Plantear el sistema de ecuaciones (matricial) que permitiría calcular dichas tasas, indicando de manera completa la matriz de encaminamiento y el vector de tráfico externo.
(c) Calcular el tiempo que tarda una petición en atravesar el sistema, si $\psi = 0.5$.
(d) ¿Cuál es el valor mínimo que podría tomar ψ para que la ocupación del nodo 4 fuera inferior a 0.5?

Problema 19.

Los ingenieros de una empresa de servicios en la nube necesitan analizar el comportamiento de uno de sus sistemas. Para ello establecen la presencia de tres elementos: (A), (B), y (C). Las peticiones llegan al sistema (A), que tras un procesado inicial con una duración media de $T_A = 2\ s$, las envía a (B). (B) se encarga de los cálculos principales, para lo que invierte, en media, $T_B = 0.8\ s$. Algunos de los análisis no finalizan correctamente en (B), por lo que, tras ser pre-procesados por (C) (tiempo $T_C = 5\ s$) vuelven a atravesar (B). Se asume que se dan las condiciones necesarias para analizar todos los módulos como sistemas M/M/1.

(a) Si la tasa de peticiones al sistema es $\lambda = 18\ m^{-1}$, modelar el sistema como una Red de Jackson Abierta, estableciendo las matrices de flujo y transición, en función de ψ, probabilidad de que un análisis en (B) no termine correctamente.
(b) ¿Cuál es el valor máximo de ψ admisible? Si $\psi = 0.1$, ¿cuántas peticiones se pueden aceptar en el sistema?
(c) ¿Cuánto tarda una aplicación en finalizar su procesado, cuando $\psi = 0.2$?
(d) El sistema comienza a aceptar las peticiones de otra empresa, que llegan pre-procesadas, por lo que directamente pasan al sistema (B). Manteniendo la ψ del apartado anterior, ¿qué tasa de peticiones se podría aceptar para que la ocupación de (B) no superara el 70 %?

Problema 20.

Se pretende utilizar una *Red de Jackson Cerrada* para analizar el comportamiento de un sistema de análisis de imágenes. Consta de tres fases que se ejecutan en serie, aunque la segunda únicamente es necesaria para ciertos casos. Las tasas de servicio son $\mu = \{5, 1, 3\}\ s^{-1}$, y se estima que la probabilidad de que una imagen tenga que ser procesada por la fase 2 es $\xi = 0.4$. Se decide limitar el número de imágenes en el sistema a 4, y se asume que siempre hay peticiones esperando para ser procesadas.

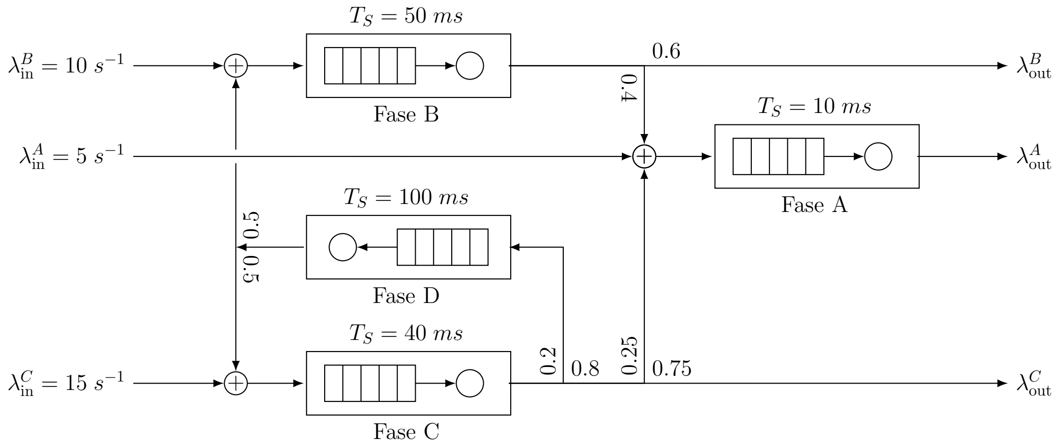
(a) Utilizar el Algoritmo de Buzen para establecer la función densidad de probabilidad de ocupación de la fase 2. Si el sistema estuviera activo 24 horas al día, ¿durante cuánto tiempo no habría ninguna imagen en las fases 1 y 3?

(b) ¿Cuántos estados posibles tiene el sistema? A partir del resultado del apartado anterior, establecer la función de densidad de probabilidad conjunta de la ocupación de los tres sistemas. ¿Cuál es la probabilidad de que haya tres imágenes en la fase 3?

(c) Utilizar el método MVA para calcular el número medio de imágenes que hay en la fase 2, comprobando su validez con el resultado del apartado (a). ¿Cuánto tiempo en media tarda un análisis en atravesar el sistema de procesado?

Problema 21.

Considerar la Red de Jackson Abierta de la figura, en la que la tasa de llegadas es $\Lambda_{\text{in}} = \{5, 10, 15\}\ s^{-1}$.



(a) Establecer la matriz de flujo y de transición correspondientes. ¿Cuál es la tasa de entrada en cada uno de los nodos? ¿Cuáles serían la tasas de salida del sistema $\Lambda_{\text{out}} = \{\lambda_{\text{out}}^{A}, \lambda_{\text{out}}^{B}, \lambda_{\text{out}}^{C}\}$?

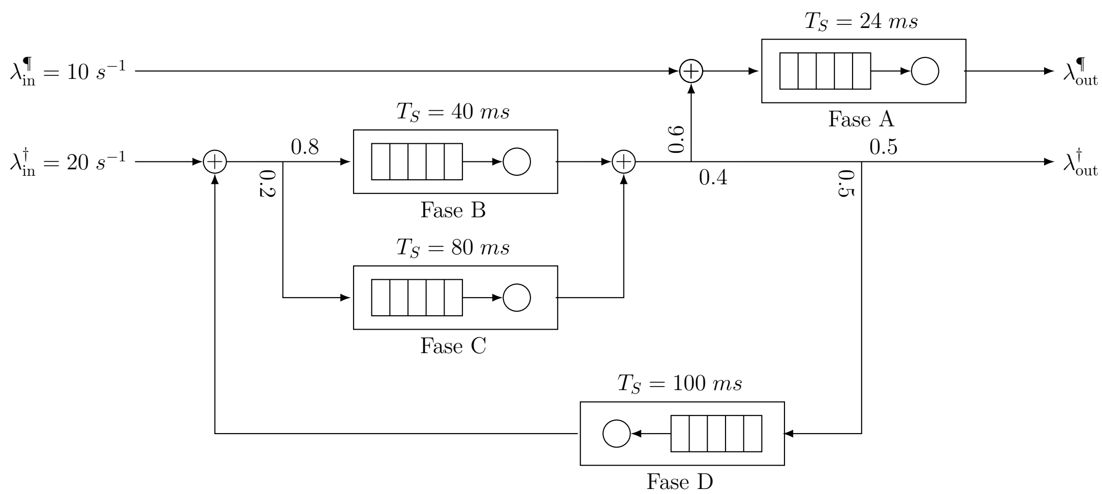
(b) Calcular el tiempo que tarda una petición cualquiera en atravesar el sistema.

(c) ¿Cuál sería dicho tiempo para cada uno de los tres tipos de peticiones?

(d) Asumiendo que el crecimiento es proporcional, ¿cuáles serían las tasas externas máximas que podrían admitir los nodos A, B y C, manteniendo la estabilidad del sistema?

Problema 22.

Considerar la Red de Jackson Abierta de la figura, en la que la tasa de llegadas es $\Lambda_{\text{in}} = \{10, 20\}\ s^{-1}$.



(a) Establecer la matriz de flujo y de transición correspondientes. ¿Cuál es la tasa de entrada en cada uno de los nodos? ¿Cuáles serían la tasas de salida del sistema $\Lambda_{\text{out}} = \{\lambda_{\text{out}}^{\P}, \lambda_{\text{out}}^{\dagger}\}$?

(b) Calcular el tiempo que tarda una petición cualquiera en atravesar el sistema. ¿Cuál sería dicho tiempo para cada uno de los dos tipos de peticiones: †, ¶?

(c) Si se mantiene la proporcionalidad entre las tasas de entrada, $\lambda_{\text{in}}^{\P}, \lambda_{\text{in}}^{\dagger}$, ¿cuál es el valor máximo de la suma de ambas que se podría admitir en el sistema?

(d) Asumiendo que se observara el sistema durante 10 horas, ¿cuánto tiempo estaría cada uno de los nodos en reposo? ¿Y los cuatro nodos simultáneamente?

Problema 23.

Se pretende utilizar una *Red de Jackson Cerrada* para analizar un sistema de análisis para datos de diagnósticos médicos. Consta de dos fases que se ejecutan en serie, y se cuenta con una tercera fase que se ejecuta únicamente cuando la Fase 2 no converge, para adaptar los datos de entrada, antes de volver a pasar por dicha Fase 2. Las tasas de servicio son $\mu = \{5, 2.5, 1\}\ s^{-1}$, y se estima que la probabilidad de que un análisis no converja en la Fase 2 es $\xi = 0.5$. Se decide limitar el número de imágenes en el sistema a 4, y se asume que siempre hay análisis esperando para ser procesados.

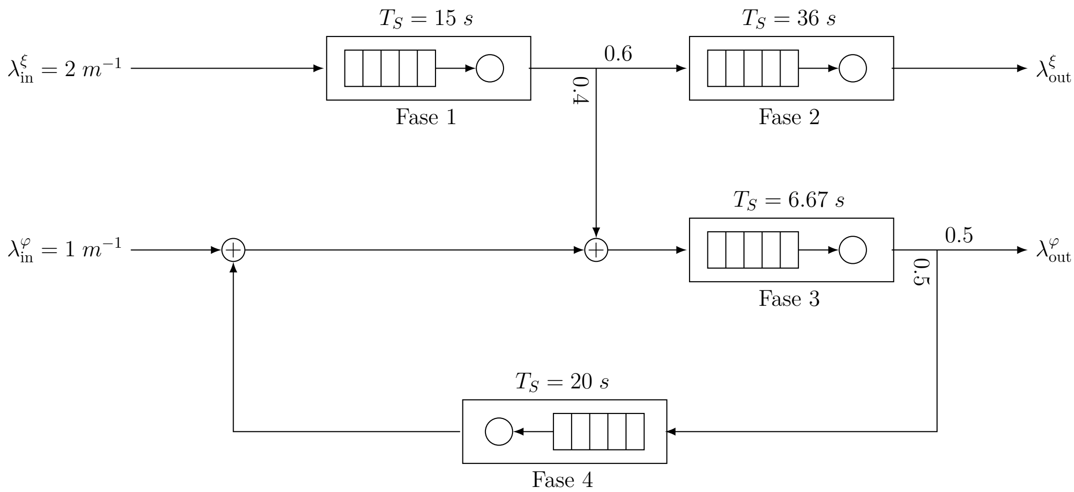
(a) Utilizar el Algoritmo de Buzen para establecer la función densidad de probabilidad de ocupación de la Fase 3. Si el sistema estuviera activo 12 horas al día, ¿durante cuánto tiempo no habría ninguna imagen en las Fases 1 y 2?

(b) ¿Cuántos estados posibles tiene el sistema? A partir del resultado del apartado anterior, establecer la función de densidad de probabilidad conjunta de la ocupación de las tres fases. ¿Cuál es la probabilidad de que haya dos análisis en la Fase 2?

(c) Utilizar el método MVA para calcular el número medio de análisis que hay en la Fase 3, comprobando su validez con el resultado del apartado (a). Al observar el sistema durante tiempo suficiente se determina que un análisis tarda, en media, 4.62 seg. en finalizar correctamente. ¿Cuántas veces atraviesa un análisis (en media) la Fase 3?

Problema 24.

Considerar el sistema de la Figura.



(a) Modelar el sistema como una Red de Jackson Abierta y establecer las matrices de flujo y transición. ¿Cuánto valen $\lambda_{\text{out}}^{\xi}$ y $\lambda_{\text{out}}^{\varphi}$?

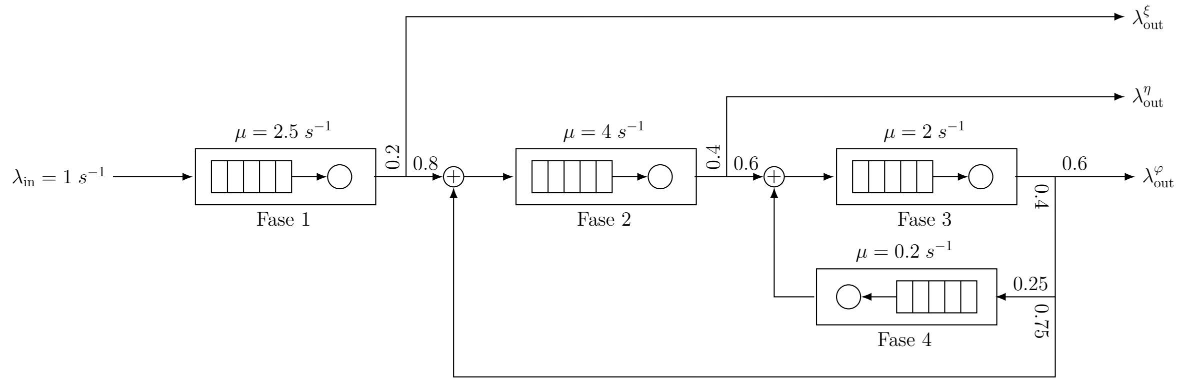
(b) ¿Cuántas peticiones serán procesadas por cada una de las fases en una hora de observación? ¿Cuántas peticiones (en media) hay esperando en cada una de las fases?

(c) ¿Cuánto tiempo tarda una petición cualquiera en atravesar el sistema? ¿Cuánto sería ese tiempo para los dos tipos de peticiones? ¿Cuántas veces, en media, atraviesa una petición φ la Fase 4?

(d) Sabiendo que las peticiones φ siempre son la mitad que las ξ, ¿cuál sería el valor máximo para $\lambda_{\text{in}}^{\xi}$ que podría admitir el sistema, para que la ocupación de todas las fases se mantuviera por debajo de 90 %?

Problema 25.

Considerar el sistema de la Figura.



(a) Modelar el sistema como una Red de Jackson Abierta y establecer las matrices de flujo y transición. ¿Cuánto valen las tasas de salida de la red?

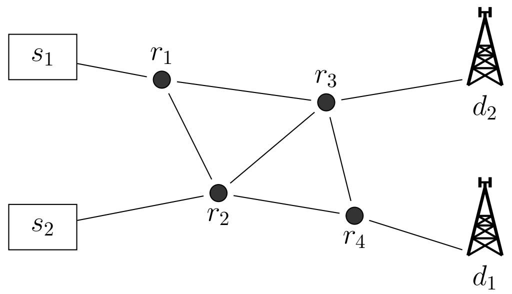
(b) ¿Cuánto tiempo estarían las cuatro fases vacías (de manera simultánea) en una hora de observación? ¿Cuántas peticiones procesaría cada una de las fases en dicho tiempo?

(c) ¿Cuánto tiempo tarda una petición cualquiera en atravesar el sistema? ¿Cuánto sería ese tiempo para las peticiones que atraviesan (al menos en una ocasión) la fase 2? ¿Y las que pasan (al menos en una ocasión) por la fase 3?

(d) ¿Cuál sería el valor máximo para λ_{in} que podría admitir el sistema, para que la ocupación de todas las fases se mantuviera por debajo de 80 %?

Problema 26.

Considerar la red front-haul de la figura, en la que las CUs s_1 y s_2 se comunican con las DUs d_1 y d_2, respectivamente, a través los nodos r_1, r_2, r_3 y r_4. Las tasas de servicio de las CUs y las DUs son $\mu_{\dagger} = 2\ ms^{-1}$, mientras que las de los nodos intermedios es $\mu_{\ddagger} = 3\ ms^{-1}$.



En una primera configuración la comunicación entre s_1 y d_1 (flujo γ_1) sigue la ruta $\{s_1, r_1, r_3, r_4, d_1\}$, mientras que el flujo γ_2 utiliza el camino $\{s_2, r_2, r_3, d_2\}$. Se supone que $\gamma_1 = 0.5\ ms^{-1}$ y $\gamma_2 = 1\ ms^{-1}$.

(a) Establecer las matrices de flujo y transición, utilizando un modelo de Red de Jackson Abierta, utilizando el siguiente orden para enumerar los nodos: $\{s_1, s_2, d_1, d_2, r_1, r_2, r_3, r_4\}$.

(b) ¿Cuál sería el tiempo que tardaría una trama de cada flujo en atravesar la red? ¿Cuál sería el retardo promedio por trama? Comprobar la validez del último apartado, haciendo el cálculo de dos maneras diferentes.

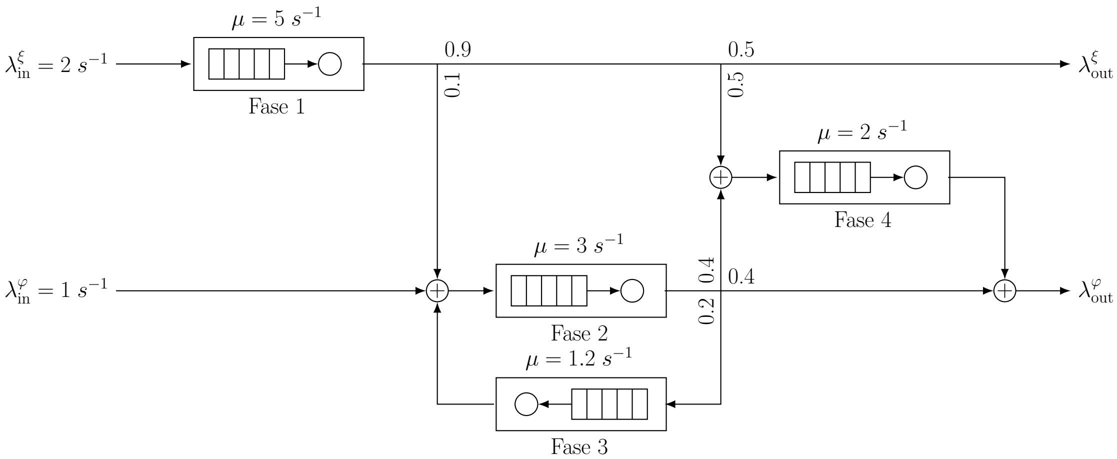
(c) El nodo r_3 se utiliza para un flujo adicional γ_b. ¿Cuál sería el valor máximo de γ_b admisible? Plantear un sistema de ecuaciones para calcular las tasas de entrada en cada uno de los nodos de la red, en función de $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_b$, estableciendo la matriz de encaminamiento correspondiente.

Teniendo en cuenta que $\gamma_b = 1\ ms^{-1}$, se decide utilizar un encaminamiento probabilístico, de manera que la ruta original para el flujo 1 se usa con una probabilidad de $\frac{2}{3}$, mientras que en el resto de casos se utiliza el camino $\{s_1, r_1, r_2, r_4, d_1\}$.

(d) Calcular nuevamente el retardo extremo a extremo para los dos flujos, y el retardo promedio. ¿Qué diferencia existe frente al cálculo del apartado b?

Problema 27.

Considerar el sistema de la Figura.



(a) Modelar el sistema como una Red de Jackson Abierta y establecer las matrices de flujo y transición. ¿Cuánto valen $\lambda_{\text{out}}^{\xi}$ y $\lambda_{\text{out}}^{\varphi}$?

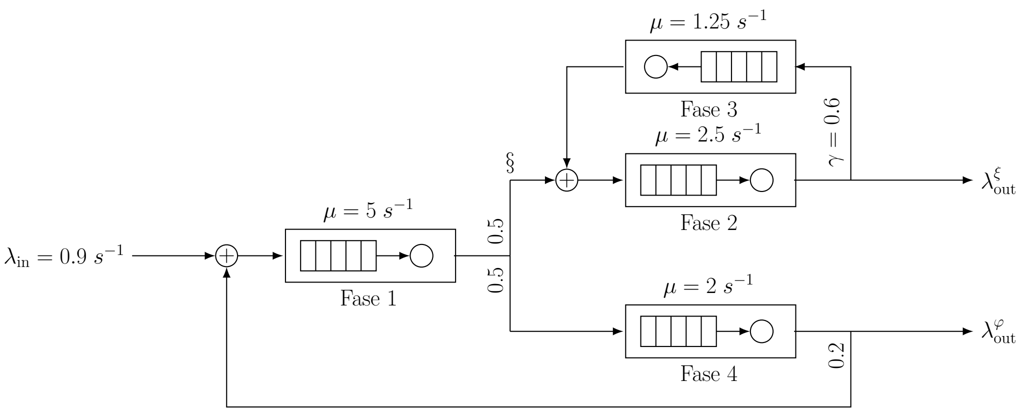
(b) ¿Cuántas peticiones serán procesadas por cada una de las fases en un minuto de observación? ¿Cuántas peticiones (en media) hay esperando en cada una de las fases?

(c) ¿Cuánto tiempo tarda una petición cualquiera en atravesar el sistema? ¿Cuánto sería ese tiempo para los dos tipos de peticiones? ¿Cuántas veces, en media, atraviesa una petición φ la Fase 3?

(d) Sabiendo que las peticiones φ siempre son la mitad que las ξ, ¿cuál sería el valor máximo para $\lambda_{\text{in}}^{\varphi}$ que podría admitir el sistema, para que la ocupación de todas las fases se mantuviera por debajo de 90 %?

Problema 28.

Considerar el sistema de la Figura.



(a) Modelar el sistema como una Red de Jackson Abierta y establecer las matrices de flujo y transición. ¿Cuánto valen $\lambda_{\text{out}}^{\xi}$ y $\lambda_{\text{out}}^{\varphi}$?

(b) ¿Cuánto tiempo tarda una petición cualquiera en atravesar el sistema?

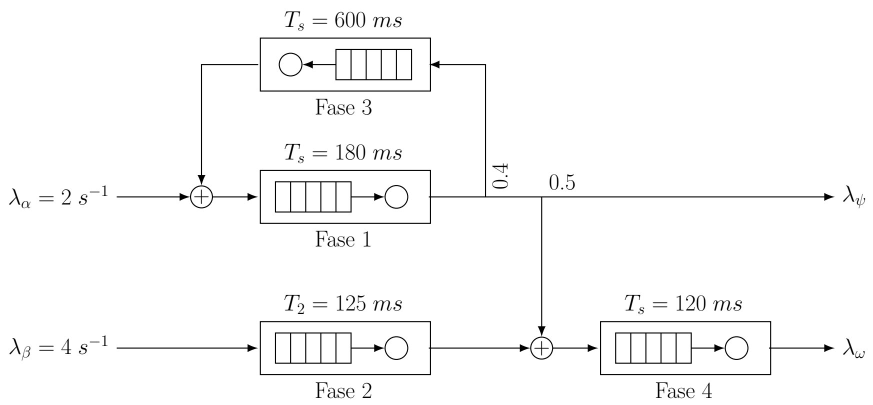
(c) Se sabe que el tiempo que tarda una petición desde que llega a § hasta que abandona el sistema son 5 segundos. ¿Cuántas veces pasaría por la Fase 3? ¿Cuánto tiempo tardarían en atravesar el sistema aquellas peticiones que no pasan ninguna vez por la Fase 4? ¿Y el resto?

(d) ¿Cuál es el valor máximo admisible para γ?

(e) Manteniendo $\gamma = 0.6$ ¿cuál sería el valor máximo de λ_{in} que podría admitir el sistema, para que la ocupación de todas las fases se mantuviera por debajo de 80 %?

Problema 29.

Considerar la red de la figura.



(a) Establecer la matriz de flujo y de transición correspondientes. ¿Cuál es la tasa de entrada en cada uno de los nodos? ¿Cuáles serían las tasas de salida del sistema?

(b) Calcular el tiempo que tarda una petición cualquiera en atravesar el sistema. ¿Cuál sería dicho tiempo para cada uno de los dos tipos de peticiones? ¿Cuántas veces, en media, atravesaría la Fase 3 una petición α?

(c) Asumiendo que el crecimiento es proporcional, ¿cuáles serían las tasas externas máximas que se podría admitir, manteniendo la estabilidad del sistema?

Se decide cambiar la operación de la red. Se sitúa un regulador a la entrada, de manera que únicamente se atienden un número de peticiones cada vez ($N = 4$). Así, cuando una abandona el sistema, automáticamente entraría otra, ya que se asume que siempre hay peticiones esperando para ser atendidas. Se utiliza el Algoritmo de Buzen, utilizando la tasa de la fase 1 para normalizar la correspondiente al resto de fases, para analizar el comportamiento del sistema (utilizando el modelo de Red de Jackson Cerrada), y se obtiene la Tabla que se muestra a continuación, en la que se ha fijado la Fase 3 como última columna.

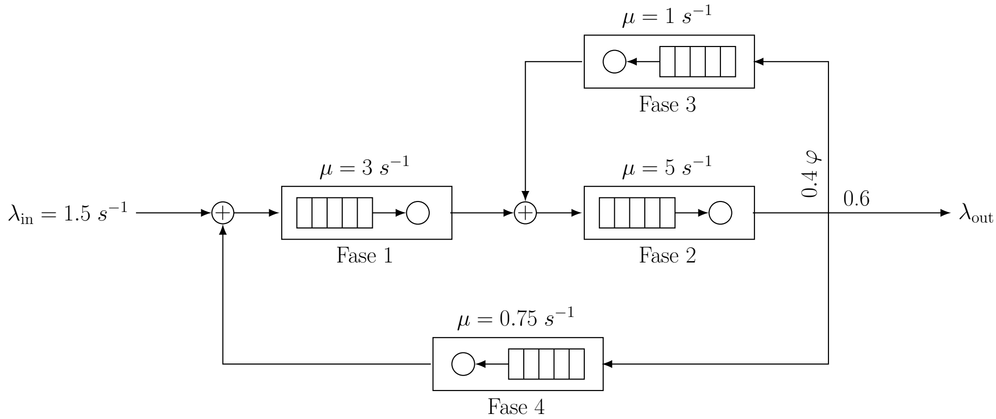
n	Fase 1	Fase 2	Fase 4	Fase 3
0	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
1	0.18000	0.33000	0.51000	0.75000
2	0.03240	0.08190	0.17370	0.35370
3	0.00583	0.01812	0.04938	0.13427
4	0.00105	0.00377	0.01266	0.04488

(d) ¿Cuál es el número medio de peticiones en la Fase 3? ¿Cuánto tiempo estaría vacía en una hora de observación? ¿Durante cuánto tiempo, en una hora, habría exactamente una petición en cada una de las fases?

(e) Si al emplear el método MVA se obtienen los siguientes resultados para el retardo en las cuatro fases: $\tau_{1,2,3,4} = \{0.3057, 0.1932, 1.2341, 0.2038\}$ (s), ¿cuál sería el tiempo medio que tardaría una petición en abandonar el sistema?

Problema 30.

Considerar el sistema de la Figura, en la que φ toma valores entre 0 y 1.



(a) Modelar el sistema como una Red de Jackson Abierta y establecer las matrices de flujo y transición. ¿Cuál es la tasa de entrada a cada uno de los nodos, en función de φ?

(b) ¿Qué rango de valores de φ serían válidos?

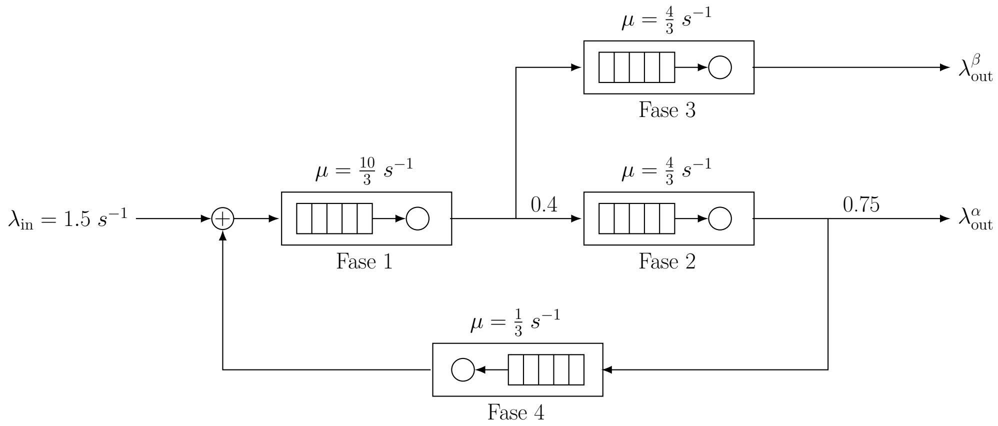
(c) Si $\varphi = 0.5$, ¿cuánto tiempo estaría cada uno de los nodos en reposo en un minuto de observación? ¿Cuántos paquetes habría, en media, en cada uno de los nodos?

(d) Manteniendo que $\varphi = 0.5$, ¿cuánto tiempo tardaría una petición en atravesar el sistema? ¿Cuánto sería ese tiempo para las aplicaciones que tienen que pasar más de una vez por la fase 2?

(e) ¿Cuál sería el valor máximo para λ_{in} que podría admitir el sistema, para que la ocupación de todas las fases se mantuviera por debajo del 80 %, si $\varphi = 0.5$?

Problema 31.

Considerar el sistema de la Figura.



(a) Modelar el sistema como una Red de Jackson Abierta y establecer las matrices de flujo y transición. ¿Cuáles son las tasa de salida del sistema? ¿Cuál es la tasa en cada uno de los nodos?

(b) ¿Cuánto tiempo estaría cada uno de los nodos en reposo en un minuto de observación? ¿Cuánto tiempo estarían los cuatro en reposo de manera simultánea? ¿Cuál es la tasa máxima que se podría admitir en el sistema?

(c) ¿Cuánto tiempo tardaría una petición en atravesar el sistema? ¿Cuánto sería ese tiempo para las aplicaciones que no pasan ninguna vez por la fase 4? ¿Y para aquellos que necesitan atravesar la Fase 4 al menos 1 vez?

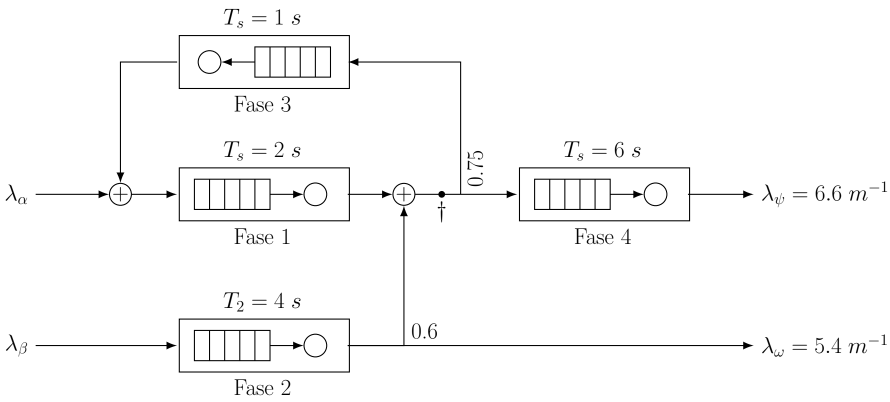
Se modifica la operación del sistema, de manera que se garantiza que siempre haya 5 peticiones en el mismo. Así, cuando una lo abandona de manera definitiva, otra entraría de manera inmediata. Para establecer el comportamiento del sistema, se utiliza el método MVA, generando la tabla que se muestra a continuación.

(d) ¿Cuál sería el tiempo medio que necesitaría una petición para abandonar el sistema, cuando no necesita atravesar la Fase 4?

n	τ				λ				L			
	Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
0	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.3000	0.7500	0.7500	3.0000	0.7407	0.2963	0.4444	0.0741	0.2222	0.2222	0.3333	0.2222
2	0.3667	0.9167	1.0000	3.6667	1.1765	0.4706	0.7059	0.1176	0.4314	0.4314	0.7059	0.4314
3	0.4294	1.0735	1.2794	4.2941	1.4592	0.5837	0.8755	0.1459	0.6266	0.6266	1.1202	0.6266
4	0.4880	1.2200	1.5901	4.8798								
5												

Problema 32.

Considerar la red de la figura.



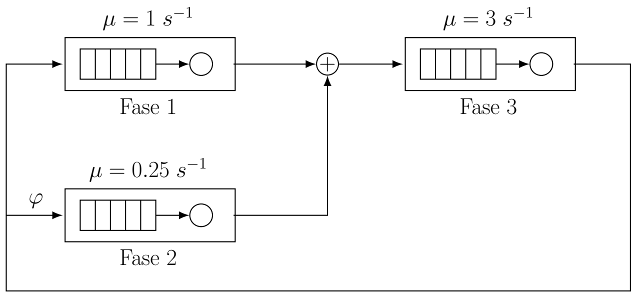
(a) Establecer la matriz de flujo y de transición correspondientes. ¿Cuál es la tasa de entrada en cada uno de los nodos? ¿Cuáles serían las tasas de entrada del sistema?

(b) Calcular el tiempo que tarda una petición cualquiera en atravesar el sistema. Sabiendo que una petición que llega al punto † pasa, en media, tres veces por la Fase 3, ¿cuál sería el tiempo que tarda en atravesar el sistema cada uno de los dos tipos de peticiones, α y β?

(c) Asumiendo que el crecimiento es proporcional, ¿cuáles serían las tasas externas máximas que se podría admitir, manteniendo la estabilidad del sistema?

Problema 33.

Considerar la Red de Jackson Cerrada de la figura.



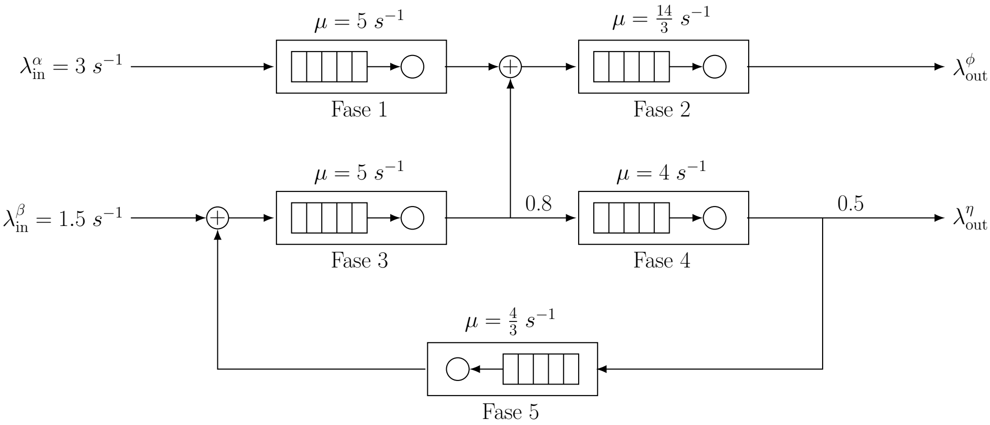
(a) Se ejecuta el Algoritmo de Buzen para un valor concreto de φ y, considerando que hay tres peticiones en la red, se genera la tabla que se muestra a continuación. ¿Cuál es el número medio de peticiones en la Fase 3? ¿Cuánto tiempo estarían las Fases 1 y 2 vacías, de manera simultánea, en una hora de observación? ¿Durante cuánto tiempo, en una hora, habría exactamente una petición en cada una de las fases?

n	Fase 1	Fase 2	Fase 3
0	1.00000	1.00000	1.00000
1	1.00000	3.00000	3.50000
2	1.00000	7.00000	8.75000
3	1.00000	15.00000	19.37500

(b) Al emplear el método MVA con 6 peticiones en la red, para otro valor de φ, se obtienen los siguientes resultados para el retardo en las tres fases: $\tau_{1,2,3} = \{3.7757, 10.8034, 0.5078\}$ (s). Si se sabe además que el tiempo medio que tardaría una petición en abandonar el sistema es 7.7974 s, ¿qué valor de φ se ha empleado?

Problema 34.

Considerar el sistema de la Figura.



(a) Modelar el sistema como una Red de Jackson Abierta y establecer las matrices de flujo y transición. ¿Cuál es la tasa de entrada a cada uno de los nodos? ¿Cuáles son las tasas de salida?

(b) ¿Cuánto tiempo estaría cada uno de los nodos activo en una hora de observación? ¿Y los 5 nodos de manera simultánea?

(c) ¿Cuánto tiempo tardaría una petición en atravesar el sistema? ¿Cuánto sería ese tiempo para los dos tipos de peticiones, α y β?

Se decide modificar la operación del sistema, fijando que únicamente haya 5 peticiones en todo el sistema. Cuando una abandona el sistema, entraría la siguiente de manera automática.

(d) Representar el sistema como una Red de Jackson Cerrada. ¿Cuántos estados posibles habría?

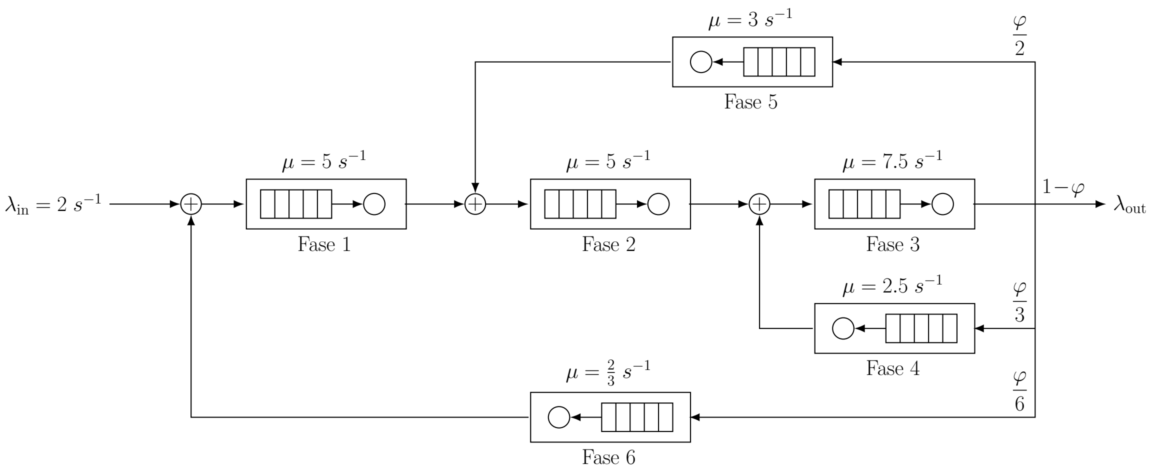
(e) Se ejecuta el Algoritmo de Buzen, obteniendo la tabla que se muestra a continuación. ¿Cuánto tiempo (en una hora de observación) estaría la fase 5 vacía? ¿Durante cuánto tiempo habría exactamente una petición en cada fase?

n	Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5
0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1	0.2000	0.4500	0.6167	0.7833	1.0333
2	0.0400	0.1525	0.2553	0.3858	0.6442
3	0.0080	0.0461	0.0887	0.1530	0.3140
4	0.0016	0.0131	0.0279	0.0534	0.1319
5	0.0003	0.0036	0.0083	0.0172	0.0501

Problema 35.

Considerar el sistema de la Figura, en la que $\varphi = 0.6$.

Se trata de un sistema de análisis que realiza tres operaciones (Fases 1, 2, 3) con los datos de entrada. Si el procesado es correcto, lo que sucede con probabilidad $1 - \varphi$, se devuelve el resultado. En caso contrario, el análisis tendría que volver hacia atrás, pasando además por módulos correctivos.



(a) Modelar el sistema como una Red de Jackson Abierta y establecer las matrices de flujo y transición. ¿Cuál es la tasa de entrada a cada uno de los nodos? ¿Cuál es la matriz de encaminamiento que representa el sistema?

(b) ¿Cuánto tiempo estaría cada uno de los nodos activo en una hora de observación? ¿Y los 6 nodos de manera simultánea?

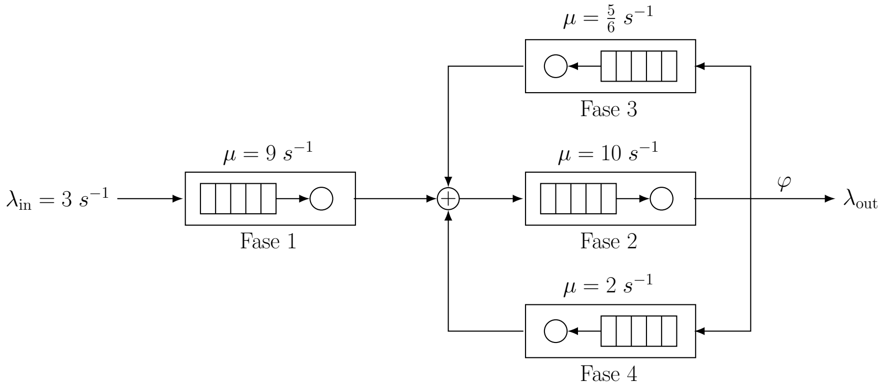
(c) ¿Cuánto tiempo tardaría una petición en atravesar el sistema? ¿Cuánto sería ese tiempo para un análisis que no concluyera correctamente tras la primera ejecución de las Fases 1, 2 y 3?

(d) ¿Cuál es el máximo valor de λ_{in} que admitiría el sistema? Para $\lambda_{\text{in}} = 2\ s^{-1}$, ¿cuál es el valor de φ más alto que podría admitir el sistema?

(e) Para la configuración inicial del sistema, ¿cuánto tiempo, en media, invertiría un análisis en un ciclo de corrección? *Pista: la media de una variable aleatoria geométrica, de parámetro p, es* $\frac{p}{1-p}$.

Problema 36.

Considerar la red de la figura. En ella, las peticiones que no finalicen correctamente en la Fase 2 pasan por un ciclo de corrección, a través de la Fase 3 o la Fase 4. En una primera configuración, las que necesitan pasar por la Fase 4 son tres veces más que las que lo hacen por la Fase 3.



(a) Establecer la matriz de flujo y de transición correspondientes, cuando $\varphi = 0.6$. ¿Cuál es la tasa de entrada en cada uno de los nodos?

(b) Calcular el tiempo que tarda una petición cualquiera en atravesar el sistema. ¿Cuántas veces, en media, se necesitaría pasar por el ciclo de corrección?

(c) ¿Cuál es la tasa máxima que se podría admitir el el sistema? Asumiendo que se mantiene λ_{in} en el valor del apartado (a), ¿cuál sería el valor mínimo de φ admisible? Para $\varphi = 0.6$, ¿cómo se podrían repartir las peticiones que pasan por el ciclo de corrección entre las Fases 3 y 4?

Se modifica la operación de la red, de manera que se mantienen, en todo momento, 4 peticiones en el sistema. Cuando una finaliza correctamente, se admitiría otra, habiendo siempre peticiones esperando para ser procesadas.

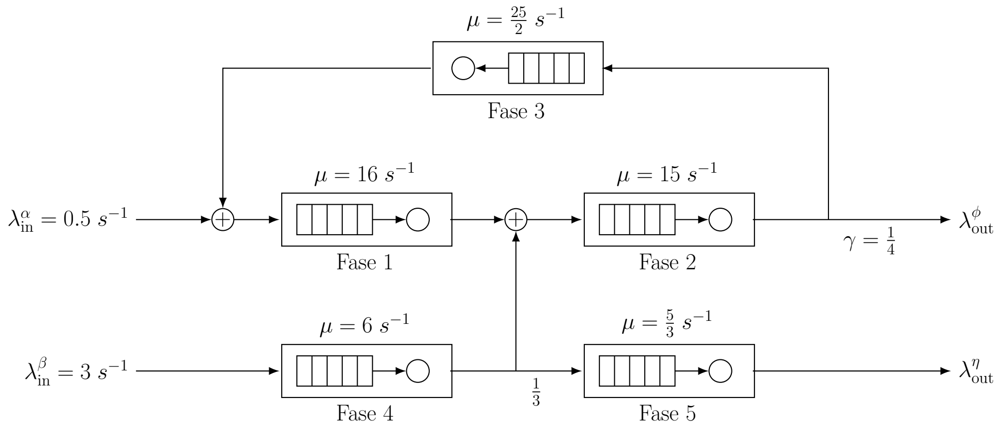
(d) Se ejecuta el Algoritmo de Buzen, teniendo en cuenta la configuración inicial del sistema ($\varphi = 0.6$; peticiones que atraviesan la Fase 4 tres veces más que las que pasan por la Fase 3), generando la tabla que se muestra a continuación, para la que se ha asumido que $\nu_1 = 1$ (esto es, se ha utilizado la tasa de la Fase 1 para normalizar). ¿Cuál es el número medio de peticiones en la Fase 2? ¿Durante cuánto tiempo, en una hora, habría exactamente una petición en cada una de las fases? ¿Cuánto tiempo estarían las Fases 3 y 4 vacías, de manera simultánea, en una hora de observación?

n	Fase 1	Fase 3	Fase 4	Fase 2
0	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
1	0.11111	0.31111	0.56111	0.72778
2	0.01235	0.07457	0.21485	0.33614
3	0.00137	0.01629	0.07000	0.12602
4	0.00015	0.00341	0.02091	0.04191

(e) Se modifica la configuración del ciclo de corrección, de manera que el porcentaje de peticiones que van por las Fases 3 y 4 es distinto al anterior. Se aplica el método MVA, y se obtienen los siguientes retardos: $\tau_{1,2,3,4} = \{0.1433, 0.1481, 3.2986, 0.7405\}\ (s)$. Sabiendo que el tiempo medio de permanencia en el sistema es, con esta configuración, 1.7364 s, ¿qué porcentaje de las peticiones que tienen que pasar por el ciclo corrector pasarían por cada una de las Fases 3 y 4?

Problema 37.

Para modelar un proceso de ingeniería se utiliza la red que se muestra en la figura:



(a) Modelar el sistema como una Red de Jackson Abierta y establecer las matrices de flujo y transición. ¿Cuál es la tasa de entrada a cada uno de los nodos? ¿Cuáles son las tasas de salida?

(b) ¿Cuánto tiempo tardaría una petición en atravesar el sistema? ¿Cuánto sería ese tiempo para los dos tipos de peticiones, α y β?
Pista: *La media de una variable aleatoria geométrica, de parámetro p, es $\frac{p}{1-p}$.*

(c) Si se pretende que la ocupación de todas las fases esté por debajo del 80 %, ¿cuáles serían las tasas máximas de entrada que se podrían admitir al sistema, asumiendo que se mantiene la proporcionalidad entre ellas?

Teniendo en cuenta que las peticiones crecen, se decide modificar la operación del sistema, estableciendo que únicamente se admitan 10 análisis de manera simultánea. Cuando uno de ellos abandona el sistema, entraría el siguiente de manera automática, pues se asume que siempre hay peticiones esperando para ser analizadas.

(d) Representar el sistema como una Red de Jackson Cerrada. ¿Cuántos estados posibles habría?

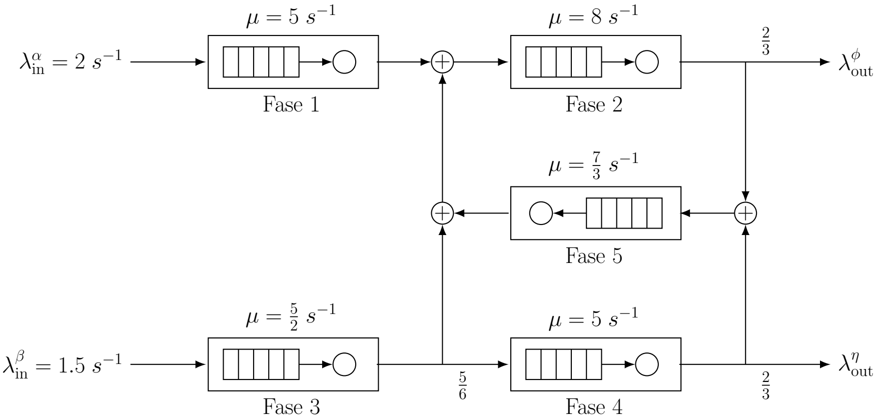
Con esta nueva configuración se observa el sistema durante tiempo suficiente, y se establecen las tasas de entrada a cada una de las fases, así como su ocupación media, dando los resultados que se muestran en la tabla. Se sabe además que la probabilidad que un análisis finalice correctamente tras pasar por la fase 2, γ, es diferente al valor inicial.

	Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5
$\lambda\ (s^{-1})$	7.9730	10.8723	7.2482	4.3489	1.4496
$\overline{L}$ (pet.)	0.9402	2.1124	1.2623	2.1124	3.5727

(e) Si se sabe que una petición tarda, en media, 1.9709 s en abandonar el sistema, ¿qué valor tiene γ?

Problema 38.

Considerar la red de la figura:



(a) Modelar el sistema como una Red de Jackson Abierta y establecer las matrices de flujo y transición. ¿Cuál es la tasa de entrada a cada uno de los nodos? ¿Cuáles son las tasas de salida?

(b) ¿Cuánto tiempo tardaría, en media, una petición en atravesar el sistema? ¿Cuánto sería ese tiempo para los dos tipos de peticiones, α y β?
Pista: *La media de una variable aleatoria geométrica, de parámetro p, es $\frac{p}{1-p}$.*

Se decide modificar el comportamiento del sistema, de manera que se establece que siempre haya 8 peticiones activas en todo el sistema y que, cuando una lo abandone, automáticamente se admita una nueva.

(c) Representar el sistema como una Red de Jackson Cerrada. ¿Cuántos estados posibles habría?

Se utiliza el Algoritmo de Buzen, fijando que $\nu_1 = 1$, para analizar el comportamiento del sistema, en concreto el de la Fase 5, obteniendo la tabla que se muestra a continuación.

n	Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5
0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1	0.2000	0.4500	0.7500	0.8750	1.2500
2	0.0400	0.1525	0.3775	0.4869	0.9556
3	0.0080	0.0461	0.1594	0.2202	0.5786
4	0.0016	0.0131	0.0609	0.0885	0.3054
5	0.0003	0.0036	0.0219	0.0329	0.1475
6	0.0001	0.0010	0.0075	0.0116	0.0670
7	0.0000	0.0003	0.0025	0.0040	0.0291
8	0.0000	0.0001	0.0008	0.0013	0.0122

(d) ¿Cuántos minutos por hora estaría la Fase 5 vacía? ¿Y su buffer de espera?

Tema 6 - Redes de Sistemas de Cola
Soluciones de la hoja de problemas

Problema 1.

(a)
(b)
(c)
(d)
(e) $\overline{\tau} \approx 57.6\ ms$
(f)
(g) $\lambda_0 = 294.11$ paquetes$/s$
$\overline{\tau} \approx 68.02\ ms$

Problema 2.

(a)
(b)
(c)
(d) $\overline{\tau} \approx 1.07\ s$

Problema 3.

(a) $\# = 378$, $\rho_1 = 0.78$
(b) $\# = 383$, $\rho_1 = 0.77$, $\rho_2 = 0.84$
(c) $\# = 358$, $\rho_1 = 0.77/0.82$, $\rho_2 = 0.88$
(d) **DR:** E1 $= 15$, $\rho_1 = 0.66$, $\rho_2 = 0.66$
HR: E1 $= 13$, $\rho_1 = 0.75$, $\rho_2 = 0.82$
DNHR: E1 $= 15$, $\rho_1 = 0.66$, $\rho_2 = 0.75$

Problema 4.

(a)
(b)
(c)
(d) $\overline{\tau} \approx 0.217\ ms$

Problema 5.

(a)
(b) $\overline{\tau} \approx 47.36\ ms$
(c) $\lambda = 288.89$ paquetes$/s$ (11 % más)

Problema 6.

(a)
(b) $\overline{\tau} \approx 36\ ms$
(c) $\tau_{A\to B} \approx 39.55\ ms$
$\tau_{B\to A} \approx 40.81\ ms$

Problema 7.

(a)
(b) $\overline{\tau} \approx 33.676\ ms$
(c) $\tau_C \approx 39.17\ ms$
(d) $\lambda = 291.65$ paquetes$/s$ (4.16 % más)

Problema 8.

(a)
(b) $\pi = 0: \quad \rho = \{0.4, 0.6\}, \overline{\tau} = 10.83\ ms$
$\pi = 0.2: \quad \rho = \{0.5, 0.75\}, \overline{\tau} = 20\ ms$
(c) $\lambda = 240$ paquetes$/s$

Problema 9.

(a) $\mathcal{P}(n_1, n_2, n_3) = \frac{4}{11}\left(\frac{1}{2}\right)^{2-n_1}$
$\rho_1 = \frac{8}{11},\ \rho_2 = \rho_3 = \frac{4}{11}$

(b) $(N=2) \quad N_1 = \frac{12}{11},\ N_2 = N_3 = \frac{5}{11}$
$(N=5) \quad \rho_1 = \frac{19}{20},\ \rho_2 = \rho_3 = \frac{57}{120}$
$N_1 = \frac{67}{20},\ N_2 = N_3 = \frac{33}{40}$

(c) $(N=2) \quad \tau_1 = \frac{3}{2},\ \tau_2 = \tau_3 = \frac{5}{4}\ (s)$
$(N=5) \quad \tau_1 = \frac{201}{57},\ \tau_2 = \tau_3 = \frac{99}{57}\ (s)$
$(N=8) \quad N_1 = 6.09,\ N_2 = N_3 = 0.96$
$\tau_1 = 6.14,\ \tau_2 = \tau_3 = 1.93\ (s)$

Problema 10.

(a)

(b) $28.445\ s$, $\overline{\#\text{fase3}} = \frac{2}{3}$

(c) $\lambda_{\max} = 15.75$ llegadas$/s$

Problema 11.

(a)

(b) $67.3\ ms$

(c) $\lambda_{\max} = 75$ llegadas$/s$

Problema 12.

(a) $\lambda_1 = 100, \lambda_2 = 100, \lambda_3 = 20$ (p/s)

(b) $18.96\ ms$

(c) $\overline{\#\text{sistema3}} = \frac{1}{4}$

(d) $\lambda_{\max} = 160$ p/s

Problema 13.

(a) $\mathcal{P}(n_1, n_2, n_3) =$
$= \frac{1}{0.0272}(0.2)^{n_1}(0.175)^{n_2}(0.24)^{n_3}$
$\rho_1 = 0.643,\ \rho_2 = 0.562,\ \rho_3 = 0.772$
$N_1 = 1.253,\ N_2 = 1.003,\ N_3 = 1.743$

(b)

(c) $\tau_1 = 0.3908,\ \tau_2 = 0.4463,\ \tau_3 = 0.7536$

Problema 14.

(a) 6 estados

(b) $\mathcal{P}(n_1, n_2, n_3) = \frac{1}{0.3775}(0.2)^{n_1}(0.3)^{n_2}(0.25)^{n_3}$
$\rho_1 = 0.3974, \quad \overline{N_1} = 0.5033$
$\rho_2 = 0.596, \quad \overline{N_2} = 0.8344$
$\rho_3 = 0.4967, \quad \overline{N_3} = 0.6623$

(c) 1.267 s

Problema 15.

(a) $\mathcal{F} = \begin{pmatrix} 0 & 16 & 24 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 12 \\ 16.8 & 0 & 0 & 11.2 \\ 23.2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(b) $T_T = 87.5\ ms; \quad T_2 = 44.335\ ms$

(c) $\lambda_{\max} = 48\ s^{-1}$

Problema 16.

(a) $\mathcal{T} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(b) 33.846 s

(c) $\mathcal{P}\{\text{cpu OFF}\} = 0.867$; $T_{\text{disco}} = 4$ horas

(d) $\lambda_{\max} = 4.5\ m^{-1}$

Problema 17.

(a) $\rho_{\text{cpu}} = \{0.5606, 0.2636, 0.1188, 0.0485, 0.0152\}$; $21.9\ m$

(b) 15 estados
$\mathcal{P}(N_{\text{cpu}}, N_{\text{disco}}, N_{\text{io}}) =$
$= \frac{1}{0.0066} 0.1^{n_{\text{cpu}}} 0.12^{n_{\text{disco}}} 0.2^{n_{\text{io}}}$

(c) $0.9011\ s$

Problema 18.

(a) $\mathcal{F} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$

$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} 0 & 0.6 & 0.4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0.8 & 0 \end{pmatrix}$

$\Lambda = \{3, 3, 10, 5\}\ s^{-1}$

(b) $\mathcal{R} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0.2 & 0.8 & 0 \end{pmatrix}$

$\Gamma = \{3, 2, 0, 0\}\ s^{-1}$

(c) $502.4\ ms$

(d) $\psi \geq \frac{1}{3}$

Problema 19.

(a) $\mathcal{F} = \begin{pmatrix} 0 & 18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 18 & 0 \\ 18 & 0 & 0 & \frac{18\psi}{1-\psi} \\ 0 & 0 & \frac{18\psi}{1-\psi} & 0 \end{pmatrix}$

$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1-\psi & 0 & 0 & \psi \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

(b) $\psi_{\max} = 0.4$; $\lambda_{\psi=0.1} \leq 30\ m^{-1}$

(c) $8.43\ s$

(d) $\lambda^{¶} \leq 24\ m^{-1}$

Problema 20.

(a) $\pi_{\text{fase 2}} = \{0.1835, 0.2076, 0.2243, 0.2198, 0.1648\}$ $\quad 237.312\ m$

(b) 15 estados

$\mathcal{P}(N_1, N_2, N_3) = \frac{1}{0.1553} 0.2^{n_1} 0.4^{n_2} \left(\frac{1}{3}\right)^{n_3}$

$\mathcal{P}\{3 \text{ imágenes fase } 3\} = 0.1431$

(c) $L_2 = 1.9753$ imágenes $\quad T = 1.9592\ s$

Problema 21.

(a) $\mathcal{F} = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 10 & 15 & 0 \\ 13 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & \frac{14}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 10 & \frac{10}{3} & 0 & 0 & \frac{10}{3} \\ 0 & 0 & \frac{5}{3} & \frac{5}{3} & 0 \end{pmatrix}$

$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{3}{5} & \frac{2}{5} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{3}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & \frac{1}{5} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$

$\Lambda = \{3, 3, 10, 5\}\ s^{-1}$

(b) 135 ms

(c) 11.5, 124.6, 183.1 (ms)

(d) $\Lambda^{\max} = \{7.5, 15, 22.5\}\ s^{-1}$

Problema 22.

(a) $\mathcal{F} = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 16 & 4 & 0 \\ 25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 12 & 0 & 0 & 4 \\ 1 & 3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{8}{15} & \frac{2}{15} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.6 & 0 & 0 & 0.2 \\ 0.2 & 0.6 & 0 & 0 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0.8 & 0.2 & 0 \end{pmatrix}$

$\Lambda = \{25, 20, 5, 5\}\ s^{-1}$

$\Lambda_{\text{out}} = \{25, 5\}\ s^{-1}$

(b) 239 ms. ¶: 60 ms, †: 328.3 ms

(c) $\Lambda^{\max} = \{25, 12.5\}\ s^{-1}$

(d) $\{4, 2, 6, 5\}$ (h). 14.4 m

Problema 23.

(a) $\pi_{\text{fase 3}} = \{0.1342, 0.1673, 0.2066, 0.246, 0.246\} \quad 177.12\ m$

(b) 15 estados
$\mathcal{P}(N_1, N_2, N_3) = $
$= \frac{1}{4.0656} 0.2^{n_1} 0.8^{n_2}$
$\mathcal{P}\{2 \text{ análisis fase } 2\} = 0.1952$

(c) $L_3 = 2.3022$ análisis $\quad \xi = 1$

Problema 24.

(a) $\mathcal{F} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1.2 & 0.8 & 0 \\ 1.2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.8 & 0 & 0 & 0 & 1.8 \\ 0 & 0 & 0 & 1.8 & 0 \end{pmatrix}$

$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} 0 & 0.667 & 0 & 0.333 & 0 \\ 0 & 0 & 0.6 & 0.4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\Lambda^{\xi}_{\text{out}} = 1.2\ m^{-1}$, $\Lambda^{\varphi}_{\text{out}} = 1.8\ m^{-1}$

(b) $\{120, 72, 216, 108\}$
$N_w = \{0.5, 1.8514, 0.267, 0.9\}$

(c) 114.762 s,
$\tau^{\xi}_T = 136.032\ s,\ \tau^{\varphi}_T = 72.2227\ s$

(d) $\left(\Lambda^{\xi}_{\text{in}}\right)^{\max} = 2.5\ m^{-1}$

Problema 25.

(a) $\mathcal{F} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.8 & 0 & 0 \\ 0.4 & 0 & 0 & 0.6 & 0 \\ 0.4 & 0 & 0.2 & 0 & 0.0667 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0667 & 0 \end{pmatrix}$

$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.8 & 0 & 0 \\ 0.4 & 0 & 0 & 0.6 & 0 \\ 0.6 & 0 & 0.3 & 0 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

$\lambda^{\xi}_{\text{out}} = 0.2\ s^{-1},\ \lambda^{\eta}_{\text{out}} = 0.4\ s^{-1},$
$\lambda^{\varphi}_{\text{out}} = 0.4\ s^{-1}$

(b) 12 min,
\# peticiones $\{3600, 3600, 2400, 240\}$

(c) 2 s, 2.25 s, 3.222 s

(d) $\lambda^{\max}_{\text{in}} = 2\ s^{-1}$

Problema 26.

(a) $\mathcal{F} = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(b) $T_1 = 2.8\ ms,\ T_2 = 3.167\ ms$
$T_t = 3.044\ ms$

(c) 1.5 ms^{-1}

(d) $T_1 = 3.3152\ ms,\ T_2 = 4.045\ ms$
$T_t = 2.8812\ ms$

Problema 27.

(a) $\mathcal{F} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0.9 & 0 & 0.2 & 0 & 0.9 \\ 0.6 & 0 & 0 & 0.3 & 0.6 \\ 0 & 0 & 0.3 & 0 & 0 \\ 1.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} 0 & 0.667 & 0.333 & 0 & 0 \\ 0.45 & 0 & 0.1 & 0 & 0.45 \\ 0.4 & 0 & 0 & 0.2 & 0.4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\lambda_{\text{out}}^{\xi} = 0.9\ s^{-1},\ \lambda_{\text{out}}^{\varphi} = 2.1\ s^{-1}$

(b) $\{120, 90, 18, 90\}$ (peticiones)
$N_w = \{0.267, 0.5, 0.083, 2.25\}$ (pet.)

(c) $\tau_T^{\xi} = 1.444,\ \tau_T^{\varphi} = 2.111\ (s)$
$\tau_T = 1.667\ s,\ \gamma = \frac{1}{4}$

(d) $\lambda_{\text{in}}^{\varphi} = 1.2\ s^{-1}$

Problema 28.

(a) $$\mathcal{F} = \begin{pmatrix} 0 & 0.9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0.75 & 0 \\ 0 & 0 & 0.75 & 0 & 0 \\ 0.4 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0.4 & 0 & 0 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.8 & 0.2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\lambda_{\text{out}}^{\xi} = 0.5\ s^{-1},\ \lambda_{\text{out}}^{\varphi} = 0.4\ s^{-1}$

(b) 3.426 s

(c) 1.5 veces, 5.25 s, 1.602 s

(d) $\frac{5}{7}$

(e) 1.2 s^{-1}

Problema 29.

(a) $$\mathcal{F} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \frac{4}{3} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & \frac{4}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0.3 & 0 & 0 & 0.4 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\lambda_1 = \frac{10}{3};\ \lambda_2 = 4;\ \lambda_3 = \frac{4}{3};\ \lambda_4 = 5$
(s^{-1})
$\lambda_{\text{out}}^{\omega} = 5\ s^{-1};\quad \lambda_{\text{out}}^{\psi} = 1\ s^{-1}$

(b) 1.33 s, 2.9 s (α), 0.55 s (β), $\frac{2}{3}$

(c) 2.5 s^{-1} (α), y 5 s^{-1} (β)

(d) 1.477 peticiones, 16.92 m, 1.56 m

(e) 0.5887 s

Problema 30.

(a) $$\mathcal{F} = \begin{pmatrix} 0 & 1.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.5-\varphi & 0 & 0 \\ 1.5 & 0 & 0 & \varphi & 1-\varphi \\ 0 & 0 & \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 1-\varphi & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.6 & 0 & 0 & 0.4\varphi & 0.4\,(1-\varphi) \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\lambda_1 = 2.5-\varphi;\ \lambda_2 = 2.5;\ \lambda_3 = \varphi;$
$\lambda_4 = 1-\varphi \quad (s^{-1})$

(b) $\varphi\ \in\ [0.25, 1]$

(c) $t_{\text{idle}}\ (s) = \{20, 30, 30, 20\}$
$n = \{2, 1, 1, 2\}$

(d) 4 s, 7.9 s

(e) 1.8 s^{-1}

Problema 31.

(a) $$\mathcal{F} = \begin{pmatrix} 0 & 1.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & & \frac{1}{6} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4 & 0.6 & 0 \\ 0.75 & 0 & 0 & 0 & 0.25 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\lambda_1 = \frac{5}{3};\ \lambda_2 = \frac{2}{3};\ \lambda_3 = 1;\ \lambda_4 = \frac{1}{6}$
(s^{-1})
$\lambda_{\text{out}}^{\alpha} = 0.5\ s^{-1};\quad \lambda_{\text{out}}^{\beta} = 1\ s^{-1}$

(b) $t_{\text{idle}}\,(s) = \{30, 30, 15, 30\}$
1.875 s, 2 s^{-1}
(c) 4 s, 12.1 s, 3.1 s
(d) 2.283 s

Problema 32.

(a) $\mathcal{F} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 17.1 & 5.7 \\ 5.4 & 0 & 0 & 2.7 & 0.9 \\ 0 & 19.8 & 0 & 0 & 0 \\ 6.6 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} 0 & 0.25 & 0.75 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.75 & 0.25 \\ 0.6 & 0 & 0 & 0.3 & 0.1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\lambda_1 = 22.8;\ \lambda_2 = 9;\ \lambda_3 = 19.8;$
$\lambda_4 = 6.6\,(s^{-1})$
$\lambda_\alpha = 3\ m^{-1};\quad \lambda_\beta = 9\ m^{-1}$

(b) $T = 35.5\ s,\quad T_\alpha = 55.463\ s,$
$T_\beta = 28.846\ s$
(c) $\lambda_\alpha^{\max} = 3.947,\quad \lambda_\beta^{\max} = 11.842\ \ (m^{-1})$

Problema 33.

(a) $N_3 = 0.2775$, 23.4 s, 3.097 m
(b) $\frac{1}{6}$

Problema 34.

(a) $\mathcal{F} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 3.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} & 0 & \frac{4}{5} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\lambda_1 = 3;\ \lambda_2 = 3.5;\ \lambda_3 = 2.5;$
$\lambda_4 = 2;\ \lambda_5 = 1\ \ (s^{-1})$
$\lambda_{\text{out}}^{\phi} = 3.5,\ \lambda_{\text{out}}^{\eta} = 1\ \ (s^{-1})$

(b) $\{36, 45, 30, 30, 45\}\ (m);\ \approx 5\ m$
(c) $T = 2.111\ s,\quad T_\alpha = 1.357\ s,$
$T_\beta = 3.619\ s$
(d) 126 estados
(e) 20.6 min, 25.2 seg

Problema 35.

(a) $\mathcal{F} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.4 & 0 & 0 & 0 & 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\lambda_1 = 2.5;\ \lambda_2 = 4;\ \lambda_3 = 5;$
$\lambda_4 = 1;\ \lambda_5 = 1.5;\ \lambda_6 = 0.5\ \ (s^{-1})$

$\mathcal{R} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(b) $\{30, 48, 40, 24, 30, 45\}\ (m);\ 2.4\ m$
(c) 5.833 s, 8.52 s
(d) $2.5\ s^{-1},\ \varphi \leq \frac{2}{3}$
(e) 2.689 s

Problema 36.

(a) $\mathcal{F} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0.5 & 1.5 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.6 & 0 & 0 & 0.1 & 0.3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\lambda_1 = 3\ s^{-1}$; $\lambda_2 = 5\ s^{-1}$; $\lambda_3 = 0.5\ s^{-1}$; $\lambda_4 = 1.5\ s^{-1}$

(b) 2 s, $\frac{2}{3}$

(c) 4 s^{-1}, $\phi > \frac{7}{15}$
Prob. pasar fase 3 $< \frac{5}{12}$

(d) 0.8228 pet., 2.65 min, 2.87 min

(e) La mitad por cada fase

Problema 37.

(a) $\mathcal{F} = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 2.5 & 0 & 0 & 7.5 & 0 & 0 \\ 0 & 7.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{7} & 0 & 0 & \frac{6}{7} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & 0 & 0 & \frac{3}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\lambda_1 = 8\ s^{-1}$; $\lambda_2 = 10\ s^{-1}$; $\lambda_3 = 7.5\ s^{-1}$; $\lambda_4 = 3\ s^{-1}$; $\lambda_5 = 1\ s^{-1}$
$\lambda_1 = 8\ s^{-1}$; $\lambda_2 = 10\ s^{-1}$; $\lambda_3 = 7.5\ s^{-1}$; $\lambda_4 = 3\ s^{-1}$; $\lambda_5 = 1\ s^{-1}$

(b) 2 s; $T^\alpha = 1.9\ s$, $T^\beta = \approx 2.0167\ s$

(c) $\lambda^\alpha_{\max} = 0.6\ s^{-1}$, $\lambda^\beta_{\max} = 3.6\ s^{-1}$

(d) 1001

(e) $\gamma = \frac{1}{2}$

Problema 38.

(a) $\mathcal{F} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{8}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4}{3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & 0 & \frac{5}{4} & 0 \\ \frac{5}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{5}{12} \\ 0 & 0 & \frac{7}{4} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{4}{7} & 0 & \frac{3}{7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{6} & 0 & \frac{5}{6} & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\lambda_1 = 2\ s^{-1}$; $\lambda_2 = 4\ s^{-1}$; $\lambda_3 = \frac{3}{2}\ s^{-1}$; $\lambda_4 = \frac{5}{4}\ s^{-1}$; $\lambda_5 = \frac{7}{4}\ s^{-1}$
$\lambda^\phi_{\text{out}} = \frac{8}{3}\ s^{-1}$; $\lambda^\eta_{\text{out}} = \frac{5}{6}\ s^{-1}$

(b) $\tau_T \approx 1.8571\ s$
$T^\alpha = \approx 1.5655\ s$; $T^\beta \approx 2.246\ s$

(c) 495

(d) 6.396 m y 13.776 m