

P1	
P2	
P3	
P4	

Examen de la convocatoria ordinaria

Problemas

Apellidos:..... **Nombre:**.....

Problema 1 (1.6 puntos). Un nodo de comunicaciones recibe dos flujos de tramas: α y β , ambas con longitudes constantes: $\ell_\alpha = 400$, $\ell_\beta = 800$ Bytes. La capacidad de la interfaz de salida del nodo es 3.2 Mbps, y se sabe que las tasas de llegada de ambos flujos son: $\lambda_\alpha = 300$, $\lambda_\beta = 100$ (s^{-1}).

- [0.4 puntos]** Se decide aplicar virtualización, de manera que la capacidad del nodo se ‘separa’ para atender ambos flujos. ¿Cuál sería el retardo para los dos tipos de trama si el criterio para establecer la configuración es que la ocupación de ambos ‘nodos virtuales’ sea la misma? ¿Cuántos paquetes habría, en media, en todo el nodo?
- [0.5 puntos]** Calcular el retardo para cada tipo de flujo (y el promedio) si no se utilizara virtualización. ¿Cuánto tiempo estaría activo el procesador (en un minuto) en este caso?

El nodo recibe un nuevo flujo γ , con tramas de longitud constante $\ell_\gamma = 100$ Bytes. Este flujo transmite información de configuración de red, con estrictos requisitos de tiempo real, por lo que tiene que priorizarse. El nodo únicamente puede establecer dos niveles de prioridad, por lo que se decide utilizar el más prioritario para γ , y el nivel de menor prioridad para los flujos α y β .

- [0.2 puntos]** ¿Qué tasa podría admitirse para el flujo γ , si se pretende que la ocupación total del nodo no supere el 90 %?
- [0.5 puntos]** Calcular el retardo para cada tipo de flujo (y el promedio) cuando $\lambda_\gamma = 1$ ms^{-1} .

En un sistema MG1, la fórmula de Pollaczek-Khintchine se puede utilizar para calcular el tiempo medio de espera: $T_Q = T_S \cdot \frac{\rho}{1-\rho} \cdot \frac{1+C(T_S)^2}{2}$

En un sistema con priorización, el retardo para el flujo i (ordenados de mayor a menor prioridad) es: $(T_Q)_i = \frac{\frac{1}{2} \sum_{j=1}^K \lambda_j \cdot E[(T_S)_j^2]}{(1-\sigma_{i-1}) \cdot (1-\sigma_i)}$, con $\sigma_t = \sum_{n=1}^t \rho_n$

Problema 2 (1.8 puntos). Considerar un sistema al que le llega un tráfico de 20 Erlangs, en el que se requiere que la probabilidad de pérdida sea inferior a 1.6 %. En su diseño se valoran dos alternativas de diseño:

- (i) Utilizar un único módulo, con todos los recursos necesarios.
 - (ii) Utilizar módulos de k recursos, dividiendo el tráfico ofrecido entre dichos módulos.
- (a) **[0.4 puntos]** Calcular el número de recursos necesarios para la Alternativa (i). ¿Cuántos módulos serían necesarios, en la Alternativa (ii), si cada uno de ellos cuenta con 4 recursos? ¿Y si tuvieran 6 recursos? Calcular en los tres casos la ocupación por recurso (en minutos por hora).
 - (b) **[0.3 puntos]** ¿Cuál sería el incremento relativo de la probabilidad de pérdida en las tres configuraciones anteriores ante una subida del 10 % en el tráfico ofrecido global?

Por motivos de fiabilidad, y asumiendo un tráfico de 20 Erlangs, se decide utilizar la Alternativa (ii), con módulos de 4 recursos. Para reducir el número de recursos desplegados, e incrementar su ocupación, se decide utilizar un sistema de refuerzo, de manera que las peticiones que no puedan ser cursadas por los módulos desbordarían a este segundo sistema.

- (c) **[0.4 puntos]** Calcular la probabilidad de pérdida si el sistema de soporte cuenta con 8 recursos, y se despliegan 5 módulos.
- (d) **[0.7 puntos]** Si se despliegan 8 módulos, ¿cuántos recursos debería tener el sistema de soporte? ¿Cuál sería la ocupación de cada tipo de recurso en este caso? ¿Y la ocupación media?

TO (Erl)	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.7	1.8
PB	0.0204	0.0262	0.0328	0.0400	0.0480	0.0655	0.0750
Ed (Erl)	0.0225	0.0315	0.0426	0.0561	0.0719	0.1114	0.1351
Vd (Erl ²)	0.0283	0.0403	0.0556	0.0744	0.0970	0.1545	0.1897
VMR (Erl)	1.2580	1.2817	1.3047	1.3269	1.3480	1.3870	1.4047

TO (Erl)	2.0	2.2	2.5	2.9	3.3	4.0	5.0
PB	0.0952	0.1166	0.1499	0.1949	0.2390	0.3107	0.3983
Ed (Erl)	0.1905	0.2565	0.3748	0.5654	0.7887	1.2427	1.9917
Vd (Erl ²)	0.2736	0.3754	0.5603	0.8609	1.2125	1.9148	3.0248
VMR (Erl)	1.4364	1.4632	1.4948	1.5227	1.5373	1.5408	1.5187

Tráfico desbordado por un conjunto de 4 recursos para diferentes valores de tráfico ofrecido

$$E(A_d) = A_d = A \cdot EB(S, A)$$

$$V(A_d) = A_d \left[1 - A_d + \frac{A}{1 + S - A + A_d} \right]$$

Fórmulas de Kosten para el tráfico de desbordamiento
A es el tráfico ofrecido al primer grupo de S circuitos

Problema 3 (1.6 puntos). Se despliega un sistema de computación para llevar a cabo análisis complejos en un centro de investigación. Una vez enviado un análisis no se puede generar otro, hasta que el anterior haya acabado o haya sido rechazado, ya que la configuración contratada no contempla la posibilidad de mantener peticiones en espera. El tiempo medio de procesado por análisis son 10 segundos.

Se pueden contratar 5 o 6 recursos (procesadores), y se hacen medidas previas para dimensionar el sistema, obteniendo la probabilidad de pérdida al variar el número de fuentes (ver Tabla). Además, en el experimento con $m = 50$, $S = 5$, se conecta una sonda para medir la tasa de llegadas, que resulta ser de 14.324 análisis por minuto.

Proc.	$m=40$	$m=41$	$m=42$	$m=43$	$m=44$	$m=45$	$m=46$	$m=47$	$m=48$	$m=49$
5	0.0271	0.0295	0.0321	0.0347	0.0375	0.0404	0.0433	0.0464	0.0496	0.0528
6	0.0076	0.0085	0.0095	0.0106	0.0117	0.0129	0.0142	0.0156	0.0170	0.0186

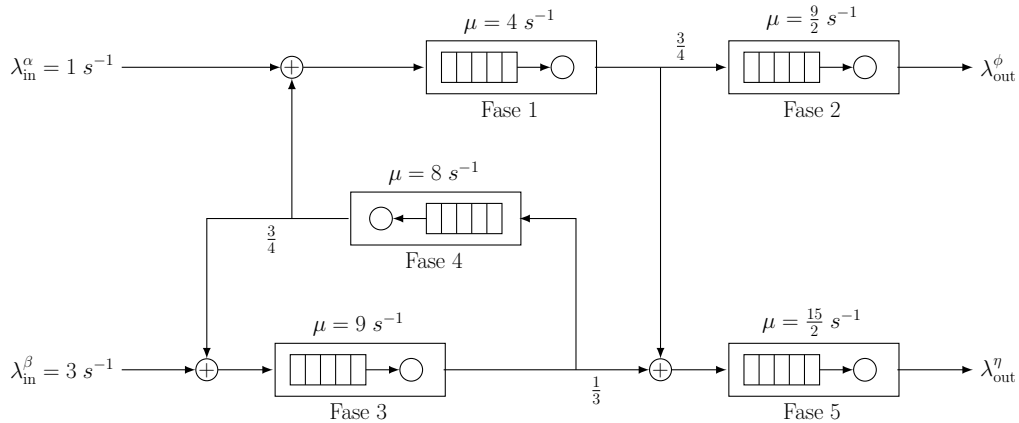
Proc.	$m=50$	$m=51$	$m=52$	$m=53$	$m=54$	$m=55$	$m=56$	$m=57$	$m=58$	$m=59$
5	0.0561	0.0596	0.0631	0.0667	0.0703	0.0741	0.0779	0.0817	0.0857	0.0896
6	0.0202	0.0219	0.0236	0.0254	0.0274	0.0294	0.0314	0.0336	0.0358	0.0381

Proc.	$m=60$	$m=61$	$m=62$	$m=63$	$m=64$	$m=65$	$m=66$	$m=67$	$m=68$	$m=69$
5	0.0937	0.0978	0.1019	0.1061	0.1103	0.1145	0.1188	0.1231	0.1275	0.1318
6	0.0405	0.0429	0.0454	0.0480	0.0506	0.0533	0.0561	0.0589	0.0618	0.0647

- [0.4 puntos]** ¿Cuál es la tasa de llegadas por fuente libre?
- [0.4 puntos]** ¿Cuántas personas podrían conectarse al sistema, para las dos posibles configuraciones del mismo, si se pretende que la probabilidad de pérdida sea inferior al 4 %? ¿Cuánto tiempo estaría activo cada recurso (por hora) en ambos casos?
- [0.4 puntos]** ¿Durante cuánto tiempo estarían los 5 procesadores ocupados de manera simultánea en una hora de observación cuando $m = 50$, $S = 5$? ¿Durante cuánto tiempo estarían los 5 procesadores libres?
- [0.4 puntos]** ¿Qué error relativo se hubiera obtenido al estimar la probabilidad de pérdida con la fórmula de *ErlangB*, con $m = 40$, $m = 68$, para la configuración del servidor con 5 recursos?

Pista: En un sistema $M/M/S/S/m$, con $s \leq m$, $p_i = \frac{\binom{m}{i} a^i}{\sum_{k=0}^S \binom{m}{k} a^k}$. El tráfico cursado se puede calcular como $TC = \sum_{i=0}^S i \cdot p_i$, siendo i el estado correspondiente en la cadena de Markov, y $TC = TO(1 - P_L)$

Problema 4 (2 puntos). Considerar la red de la figura:



- [0.4 puntos]** Modelar el sistema como una Red de Jackson Abierta y establecer las matrices de flujo y transición. ¿Cuál es la tasa de entrada a cada uno de los nodos? ¿Cuáles son las tasas de salida?
- [0.5 puntos]** ¿Cuánto tiempo tardaría una petición en atravesar el sistema? ¿Cuánto sería ese tiempo para los dos tipos de peticiones, α y β ?
- [0.3 puntos]** Si se pretende que la ocupación de todas las fases esté por debajo del 80 %, ¿cuáles serían las tasas máximas de entrada que se podrían admitir al sistema, asumiendo que se mantiene la proporcionalidad entre ellas?

Se decide modificar la operación del sistema, estableciendo que únicamente se admitan 5 análisis de manera simultánea. Cuando uno de ellos abandona el sistema, entrará el siguiente de manera automática, pues se asume que siempre hay peticiones esperando para ser analizadas.

- [0.3 puntos]** Representar el sistema como una Red de Jackson Cerrada. ¿Cuántos estados posibles habría?

La Fase 3 es crítica en la operación del sistema, por lo que se utiliza el Algoritmo de Buzen para analizar su ocupación, utilizando la Fase 1 para normalizar las tasas ($\nu_1 = 1$), y obteniendo los valores que se recogen en la Tabla. Además, tras observar el sistema durante un tiempo suficiente, se establece que la tasa de llegadas a la Fase 3 es 6.8181 s^{-1} .

- [0.5 puntos]** ¿Durante cuánto tiempo (en una hora de observación) estarían los 5 análisis en la Fase 3? ¿Cuál es el retardo correspondiente a esta fase?

n	Fase 1	Fase 2	Fase 4	Fase 5	Fase 3
0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1	0.2500	0.4167	0.6667	0.8333	1.1667
2	0.0625	0.1319	0.2986	0.4375	0.8264
3	0.0156	0.0376	0.1123	0.1852	0.4606
4	0.0039	0.0102	0.0382	0.0691	0.2227
5	0.0010	0.0027	0.0122	0.0238	0.0980

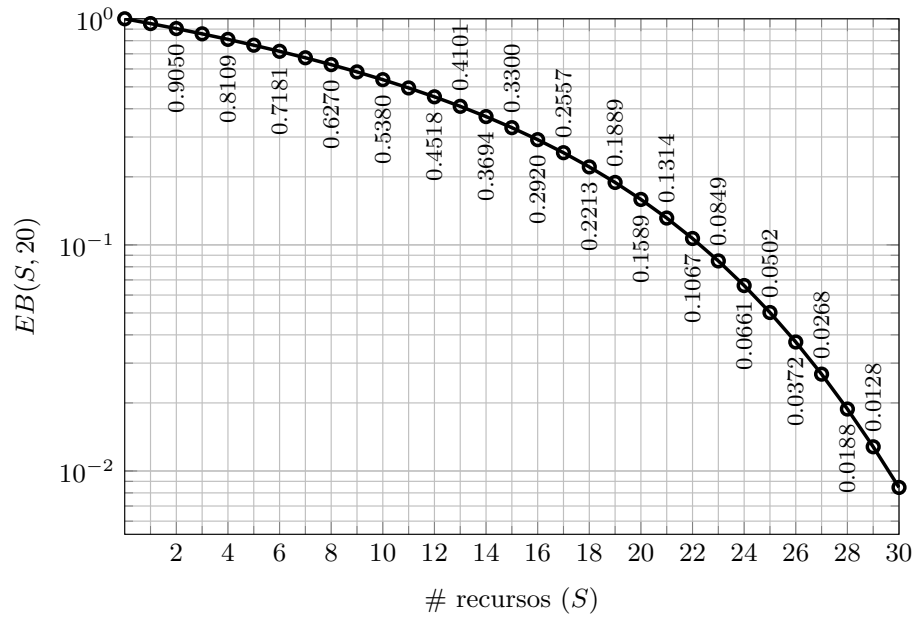
Ejecución algoritmo Buzen

$$p_K(n) = \frac{\rho_K^n \cdot g_{K-1}(N-n)}{G(N)}$$

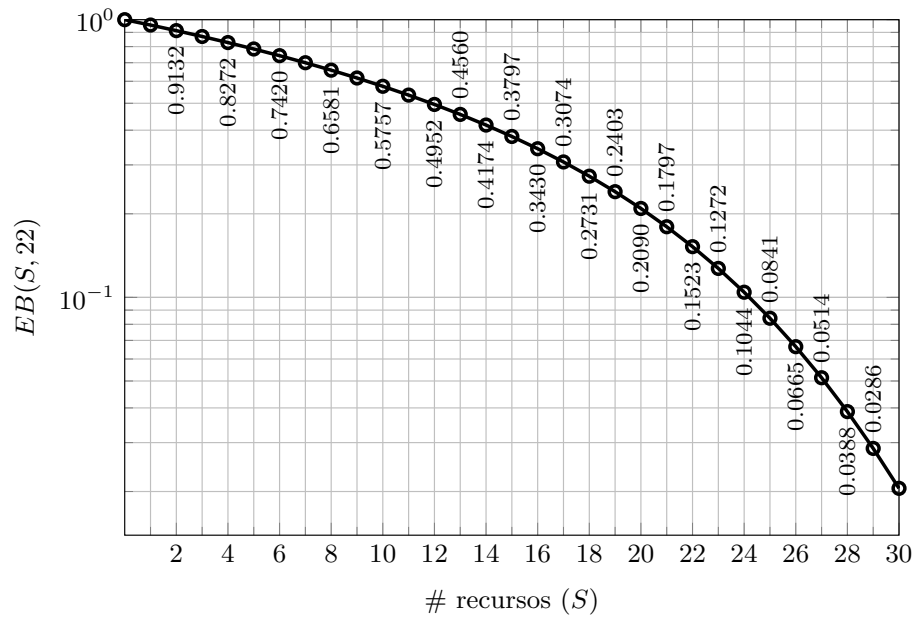
pdf ocupación nodo K -ésimo, a partir de los resultados del algoritmo de Buzen

Fórmula de Erlang-B: A de 0.1 a 6.0 *Erlangs*. S de 1 a 10

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.1	090909	004525	000151	000004						
0.2	166667	016393	001092	000055	000002					
0.3	230769	033457	003335	000250	000015	000001				
0.4	285714	054054	007156	000715	000057	000004				
0.5	333333	076923	012658	001580	000158	000013	000001			
0.6	375000	101124	019824	002965	000356	000036	000003			
0.7	411765	125964	028552	004972	000696	000081	000008	000001		
0.8	444444	150943	038694	007679	001227	000164	000019	000002		
0.9	473684	175705	050072	011141	002001	000300	000039	000004		
1.0	500000	200000	062500	015385	003067	000511	000073	000009	000001	
1.1	523810	223660	075793	020417	004472	000819	000129	000018	000002	
1.2	545455	246575	089776	026226	006255	001249	000214	000032	000004	000001
1.3	565217	268680	104286	032782	008451	001828	000339	000055	000008	000001
1.4	583333	289941	119180	040043	011088	002580	000516	000090	000014	000002
1.5	600000	310345	134328	047957	014183	003533	000757	000142	000024	000004
1.6	615385	329897	149620	056469	017749	004711	001076	000215	000038	000006
1.7	629630	348613	164960	065515	021790	006136	001488	000316	000060	000010
1.8	642857	366516	180267	075033	026302	007829	002009	000452	000090	000016
1.9	655172	383634	195474	084962	031276	009807	002655	000630	000133	000025
2.0	666667	400000	210526	095238	036697	012085	003441	000859	000191	000038
2.1	677419	415646	225378	105804	042547	014673	004383	001149	000268	000056
2.2	687500	430605	239993	116605	048802	017580	005495	001509	000369	000081
2.3	696970	444912	254343	127588	055437	020809	006791	001949	000498	000114
2.4	705882	458599	268406	138706	062423	024361	008283	002479	000661	000159
2.5	714286	471698	282167	149916	069731	028234	009983	003110	000863	000216
2.6	722222	484241	295614	161179	077331	032424	011900	003853	001112	000289
2.7	729730	496256	308738	172458	085194	036922	014041	004717	001413	000381
2.8	736842	507772	321537	183724	093288	041718	016413	005712	001774	000496
2.9	743590	518816	334009	194948	101584	046801	019020	006848	002202	000638
3.0	750000	529412	346154	206107	110054	052157	021864	008132	002703	000810
3.1	756098	539585	357975	217178	118671	057771	024946	009574	003287	001018
3.2	761905	549356	369475	228145	127409	063628	028265	011180	003959	001265
3.3	767442	558748	380660	238991	136244	069710	031818	012955	004728	001558
3.4	772727	567780	391536	249703	145152	076001	035601	014905	005599	001900
3.5	777778	576471	402110	260271	154112	082484	039608	017033	006581	002298
3.6	782609	584838	412389	270685	163105	089140	043834	019344	007678	002756
3.7	787234	592897	422379	280938	172113	095952	048270	021837	008898	003281
3.8	791667	600666	432090	291024	181119	102905	052907	024515	010245	003878
3.9	795918	608157	441529	300939	190108	109980	057737	027376	011724	004552
4.0	800000	615385	450704	310680	199067	117162	062749	030420	013340	005308
4.1	803922	622362	459623	320243	207983	124437	067933	033644	015095	006151
4.2	807692	629101	468295	329628	216846	131788	073278	037046	016994	007087
4.3	811321	635614	476726	338835	225645	139202	078774	040621	019038	008120
4.4	814815	641910	484926	347862	234373	146666	084408	044365	021229	009254
4.5	818182	648000	492901	356712	243021	154166	090170	048272	023567	010494
4.6	821429	653894	500658	365384	251583	161693	096050	052338	026054	011843
4.7	824561	659600	508206	373882	260053	169234	102035	056555	028687	013304
4.8	827586	665127	515552	382206	268427	176780	108115	060917	031467	014879
4.9	830508	670483	522701	390359	276700	184320	114279	065417	034391	016572
5.0	833333	675676	529661	398343	284868	191847	120519	070048	037458	018385
5.1	836066	680712	536438	406161	292929	199353	126823	074802	040664	020317
5.2	838710	685598	543039	413817	300880	206829	133182	079671	044007	022371
5.3	841270	690342	549469	421312	308719	214270	139587	084649	047482	024548
5.4	843750	694948	555734	428650	316446	221670	146031	089726	051086	026846
5.5	846154	699422	561840	435835	324059	229022	152503	094897	054814	029265
5.6	848485	703770	567793	442869	331557	236322	158998	100152	058661	031805
5.7	850746	707997	573596	449756	338940	243566	165507	105485	062623	034465
5.8	852941	712108	579256	456499	346208	250750	172024	110888	066695	037242
5.9	855072	716108	584777	463101	353361	257870	178542	116354	070871	040135
6.0	857143	720000	590164	469565	360400	264922	185055	121876	075145	043142



Fórmula de ErlangB para un tráfico ofrecido de 20 Erlangs, $EB(S, 20)$



Fórmula de ErlangB para un tráfico ofrecido de 22 Erlangs, $EB(S, 22)$