

# Redes de Comunicación

## Redes de Sistemas de Colas

*Instructor:*

*Dr.-Ing. K.D. HACKBARTH*

*Versión 24.08.2012*

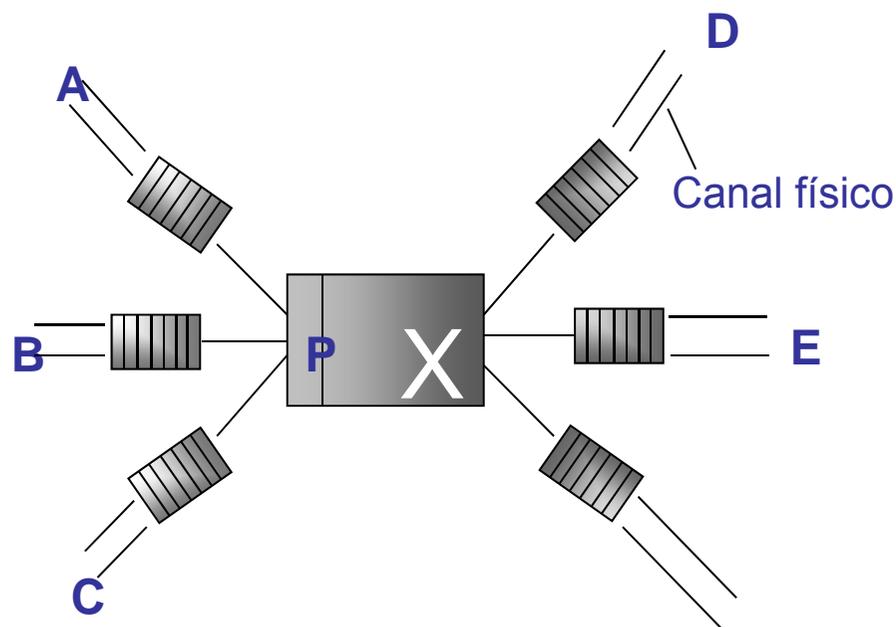
**© Universidad de Cantabria**

- Redes de conmutación de paquetes
- Redes de sistemas M/M/1
  - Teoremas
  - Múltiples fuentes/destinos
  - Matriz de transición
  - Solución estacionaria
  - Red de Jackson

- Primeras experiencias en la comunicación de datos: uso de modems
- El tráfico de datos es a ráfagas: tiene intervalos de actividad y (largos) periodos de silencio
- El tráfico de datos suele ser asimétrico
- Requerimientos
  - Semánticos: mayor que en la voz
  - Temporales: menos restrictivos que en el tráfico de voz

- Historia de las redes de conmutación de paquetes
  - System Network Architecture (SNA): arquitectura de IBM para comunicar los terminales con un computador central
  - La UIT-T desarrolla un protocolo bajo X.25 en 1976
  - La ISO desarrolla el modelo de referencia OSI
  - La arquitectura X.25 se adapta al modelo OSI
  - En paralelo habría que destacar el despliegue y desarrollo de la Internet

- Un conmutador de paquetes recibe los paquetes, y dependiendo de su asignación de una canal virtual de entrada se les asigna un canal virtual de salida correspondiente.
- El conmutador eliminará los paquetes donde se descubran errores y es labor de los protocolos correspondientes el recuperarlos.



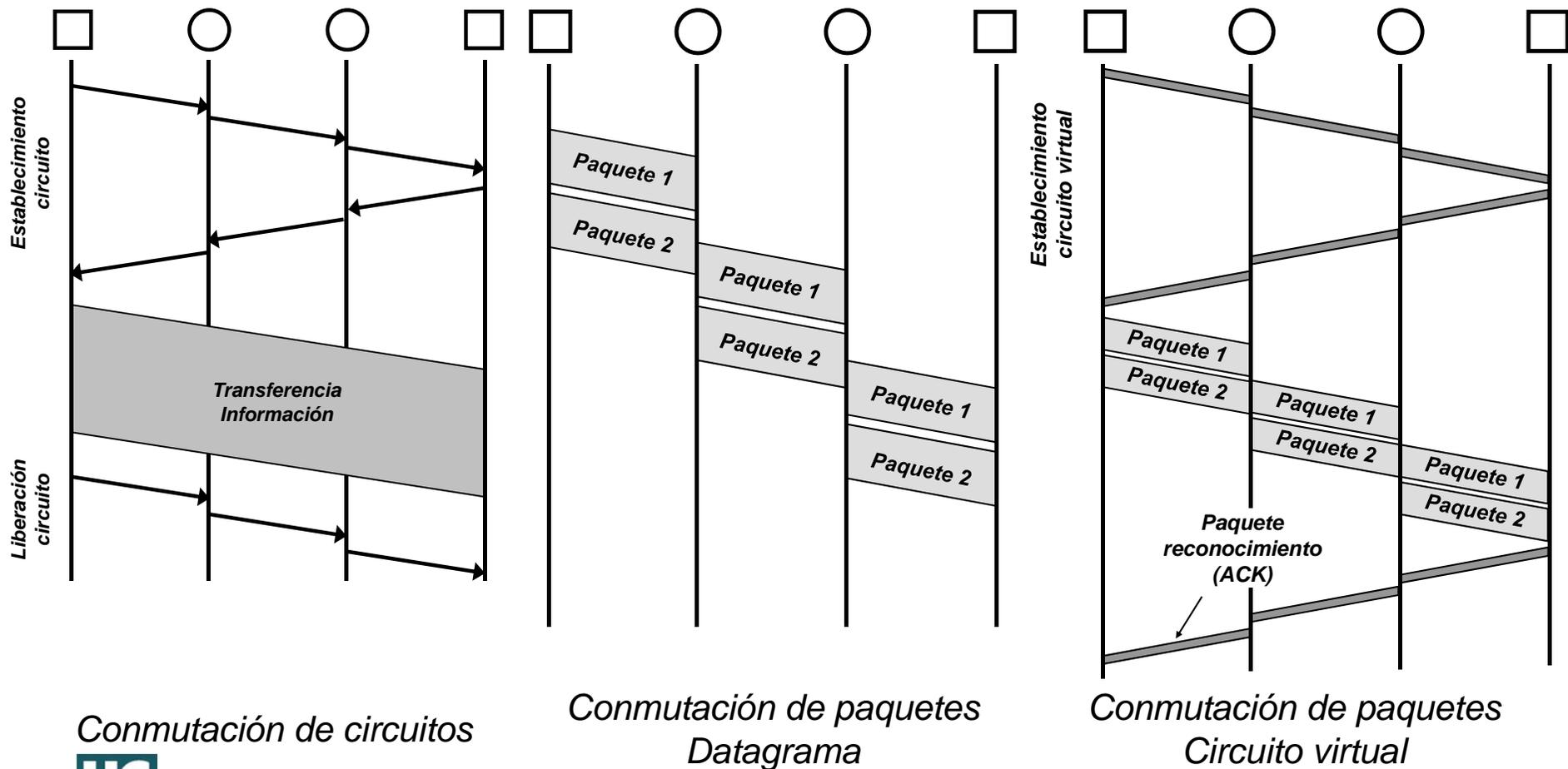
A	D	E	F
25	--	17	--
11	15	--	--
23	--	25	--
7	--	--	1

C	D	E	F
20	--	--	17
8	--	27	--
3	--	--	2
19	25	--	--

B	D	E	F
3	5	--	--
17	4	--	--
8	--	29	--
21	13	--	--

- Circuito virtual
  - En un circuito virtual los paquetes siguen siempre el mismo camino entre el transmisor y el receptor
  - La conexión se puede establecer de forma temporal (RTC/RDSI o GSM) o permanente
- Datagrama
  - Cada paquete busca su camino desde el origen hasta su destino
  - Las redes IP utilizan la conmutación de paquetes en modo datagrama
  - Actualmente están evolucionando a redes con conexiones virtuales, mediante protocolos adicionales (e.g MPLS) que se estudian en más detalle en la asignatura Redes Troncales

- Comparativa entre la conmutación de paquetes y circuitos



Conmutación de circuitos

- En conmutación de paquetes se producen retardos adicionales por la espera y procesamiento por parte de los nodos/conmutadores (esto no se produce en conmutación de circuitos)
- El retardo y la tasa de errores dependen de la longitud de los paquetes
- Por otro lado, hay que tener en cuenta la sobrecarga adicional debida a los bytes de cabecera y cola
- El tiempo de procesamiento de un paquete  $t_p$  depende de la velocidad del procesador  $v_p$  (en bits por segundo) y de su longitud  $L$  (en bytes)...

$$t_p = \frac{L \cdot 8}{v_p}$$

- Tasas de errores de paquetes para diferentes tipos de redes

$$p_p = 1 - (1 - p_B)^{8LN}$$

- $p_B$  la tasa de errores de bits del enlace
- $p_p$  la tasa de errores a nivel de paquetes
- L la longitud de paquetes
- N número de enlaces en la conexión

PB	L = 50 B			L = 1000 B		
	N = 1	N = 2	N = 4	N = 1	N = 2	N = 4
10 <sup>-4</sup>	0.03921	0.07689	0.14786	0.5507	0.7981	0.9592
10 <sup>-5</sup>	0.00399	0.00797	0.01587	0.0769	0.1479	0.2739
10 <sup>-6</sup>	0.00040	0.00080	0.00160	0.0080	0.0159	0.0315
10 <sup>-7</sup>	0.00004	0.00008	0.00016	0.0008	0.0016	0.0032
10 <sup>-8</sup>	0.00000	0.00001	0.00002	0.0001	0.0002	0.0003

Prohibido

X.25

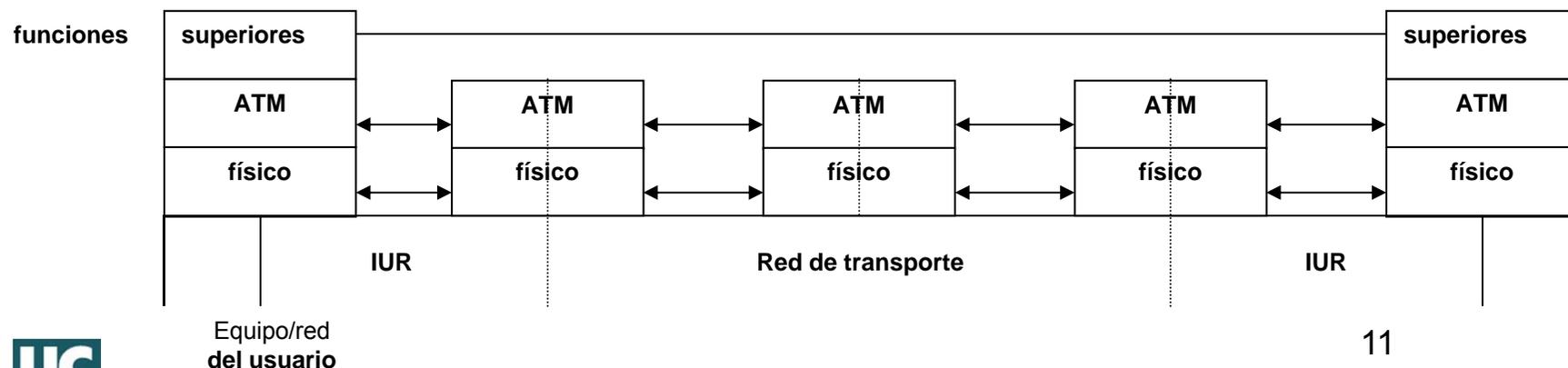
FR o IP

ATM

- Frame Relay es una arquitectura bastante usada red virtuales privadas al nivel nacional y sobre todo internacional
- Se basa en el protocolo X.25 con una fuerte reducción de funcionalidades
- Más detalles se exponen en la asignatura redes troncales

Función	X.25 en RDSI (X.31)	Retransmisión de tramas
Generación/reconocimiento de indicador	√	√
Transparencia	√	√
Generación/reconocimiento FCS	√	√
Reconocimiento de tramas no válidas	√	√
Rechazo de tramas incorrectas	√	√
Traducción de direcciones	√	√
Relleno de tiempo de intertrama	√	√
Multiplexación de canales lógicos	√	√
Gestión de variable de estado V(S)	√	
Gestión de variable de estado V(R)	√	
Almacenamiento de paquetes en espera de confirmación	√	
Gestión del temporizador de retransmisiones T1	√	
Confirmación de I tramas recibidas	√	
Comprobación del N(S) recibido frente al V(R)	√	
Generación de REJ (mensaje de rechazo)	√	
Respuesta al bit P/F (sondeo/final)	√	
Almacenamiento del número de retransmisiones	√	
Actuación ante la recepción de REJ	√	
Respuesta a RNR (no preparado para recibir)	√	
Respuesta al RR (preparado para recibir)	√	
Gestión del bit D	√	
Gestión del bit M	√	
Gestión del bit Q	√	
Gestión de P(S)	√	
Gestión de P(R)	√	
Detección de paquetes fuera de secuencia	√	
Gestión de RR de la capa de red	√	
Gestión de RNR de la capa de red	√	

- **ATM:** reduce las funcionalidad frente a X.25 y FR aún más y trabaja con paquetes de tamaño fijo (células) para conseguir:
  - velocidades superiores
  - Integración de servicios en tiempo real
- Se aplica actualmente en las grandes redes publicas de tipo NGN y también en redes móviles de tercera generación (UMTS)
- Se esta substituyendo por protocolos MPLS/Ethernet o IP/MPLS
- Más detalles se exponen en la asignatura redes troncales



- Frame Relay (FR)
  - Uso notable en el establecimiento de redes privadas virtuales a nivel nacional e internacional
  - Se basa en el protocolo X.25, con un conjunto menor de funcionalidades
- Asynchronous Transfer Mode (ATM)
  - Reduce las funcionalidades de X.25 y Frame Relay
  - Emplea tramas (celdas) de tamaño fijo, con lo que se consigue
    - Mayores velocidades
    - Integración de servicios de tiempo real
  - Se aplica actualmente en las grandes redes públicas de tipo NGN y también en redes móviles de tercera generación (UMTS)
  - Se está sustituyendo con arquitecturas MPLS/Ethernet o IP/MPLS
- La asignatura Redes Troncales estudiará con mayor detalle estas tecnologías

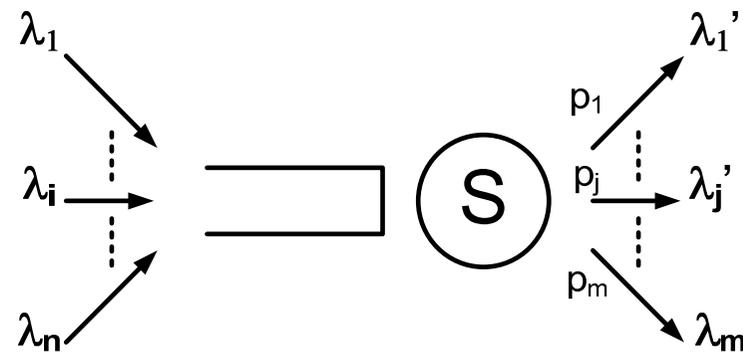
- Ya se ha visto que los sistemas M/M/1 y M/M/S proporcionan un modelo sencillo que ofrece una aproximación para  $E(n)$  y  $\tau$
- La conexión de varios sistemas M/M/1 (M/M/S) en cadena se puede analizar igualmente, gracias a la aplicación de varios teoremas principales: Burke, Jackson y Reich, con los que estimar...
  - El retardo extremo a extremo, “end-to-end delay” (e2e-delay) entre cualquier par origen/destino
  - El retardo de ida y vuelta “round-trip delay”
  - El retardo individual entre cada pareja de nodos  $\tau_{ij}$

- Un proceso de Poisson, con tasa  $\lambda$ , a la entrada de un sistema M/M/1 genera un proceso de salida de Poisson, con tasa  $\lambda' = \lambda$ 
  - Este resultado es también válido para sistemas M/M/S, en los que resulta  $\lambda' = \lambda/S$
- Además, se puede extender a sistemas con múltiples entradas  $\lambda_i$  ( $i=1\dots n$ ) y múltiples salidas  $\lambda_j'$  ( $j=1\dots m$ )

$$\lambda_j' = p_j \sum_{i=1}^n \lambda_i$$

$$p_j \in [0,1] \quad \sum_{j=1}^m p_j = 1$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = \sum_{j=1}^m \lambda_j'$$



- Router con cuatro puertos, cada uno de ellos con direcciones/interfaces de entrada y de salida

# Puerto	$\lambda_{in}$ (p/s)	$\lambda_{out}$ (p/s)	$(P_i)^{in}$	$(P_i)^{out}$
1	459	475	0.2354	0.2436
2	380	550	0.1949	0.2821
3	621	925	0.3185	0.4744
4	490	0	0.2513	0.0000
Suma	1950	1950	1.0000	1.0000

- Sea  $[N_1, N_2]$  el proceso que resulta de una cadena de dos sistemas M/M/1...

$$p_{n_1, n_2} \stackrel{\text{def}}{=} \Pr\{N_1 = n_1, N_2 = n_2\}$$

- El Teorema de Jackson establece que...

$$p_{n_1, n_2} = p_{n_1} \cdot p_{n_2}$$

- El resultado se puede extender a una cadena con N sistemas M/M/1 (o M/M/S)

- Sea  $[N_1, N_2]$  el proceso que resulta de una cadena de dos sistemas M/M/1, con tasa de llegada  $\lambda$  y tasas de salida diferenciadas  $\mu_i$ , con  $i=1,2$
- El retardo medio en cada sistema es independiente, y se calcula por...

$$\tau_i = \frac{1}{\mu_i - \lambda} \quad i = 1,2$$

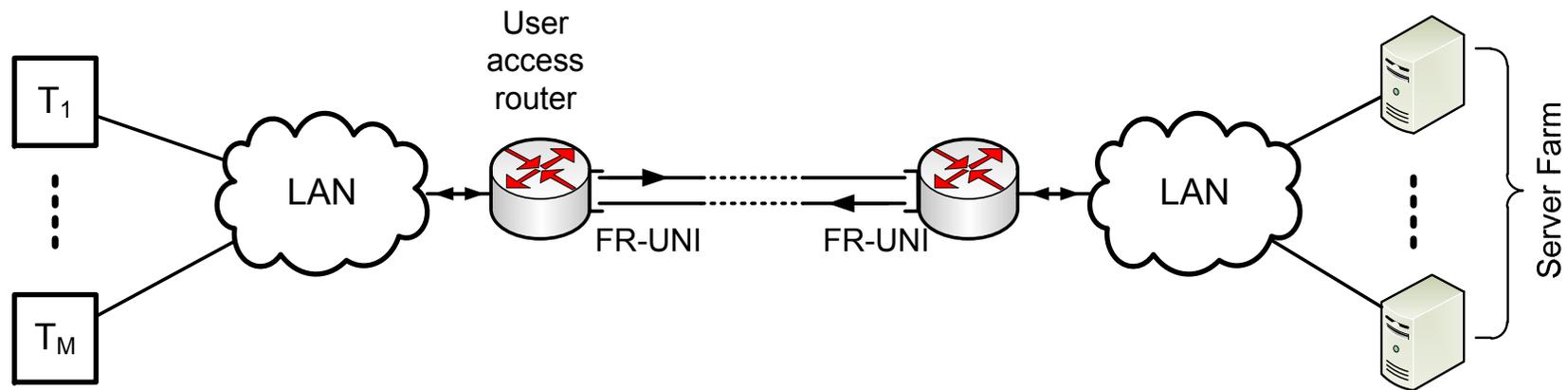
- El retardo total se puede obtener con la suma de ambos

$$\tau_t = \tau_1 + \tau_2$$

- El resultado se puede extender a una cadena con K sistemas M/M/1 (o M/M/S)

- Una empresa conecta los M terminales de una delegación remota mediante una red de área local (LAN) con un servidor que se sitúa en su sede central
- La conexión se realiza mediante conexiones “Frame Relay” (FR) que proporciona un operador
- La LAN se conecta a un router, que dispone de una tarjeta FR
- Se asume que el retardo en la LAN es despreciable frente a los retardos causados en la conexión FR

- Topología de la cadena



- Parámetros

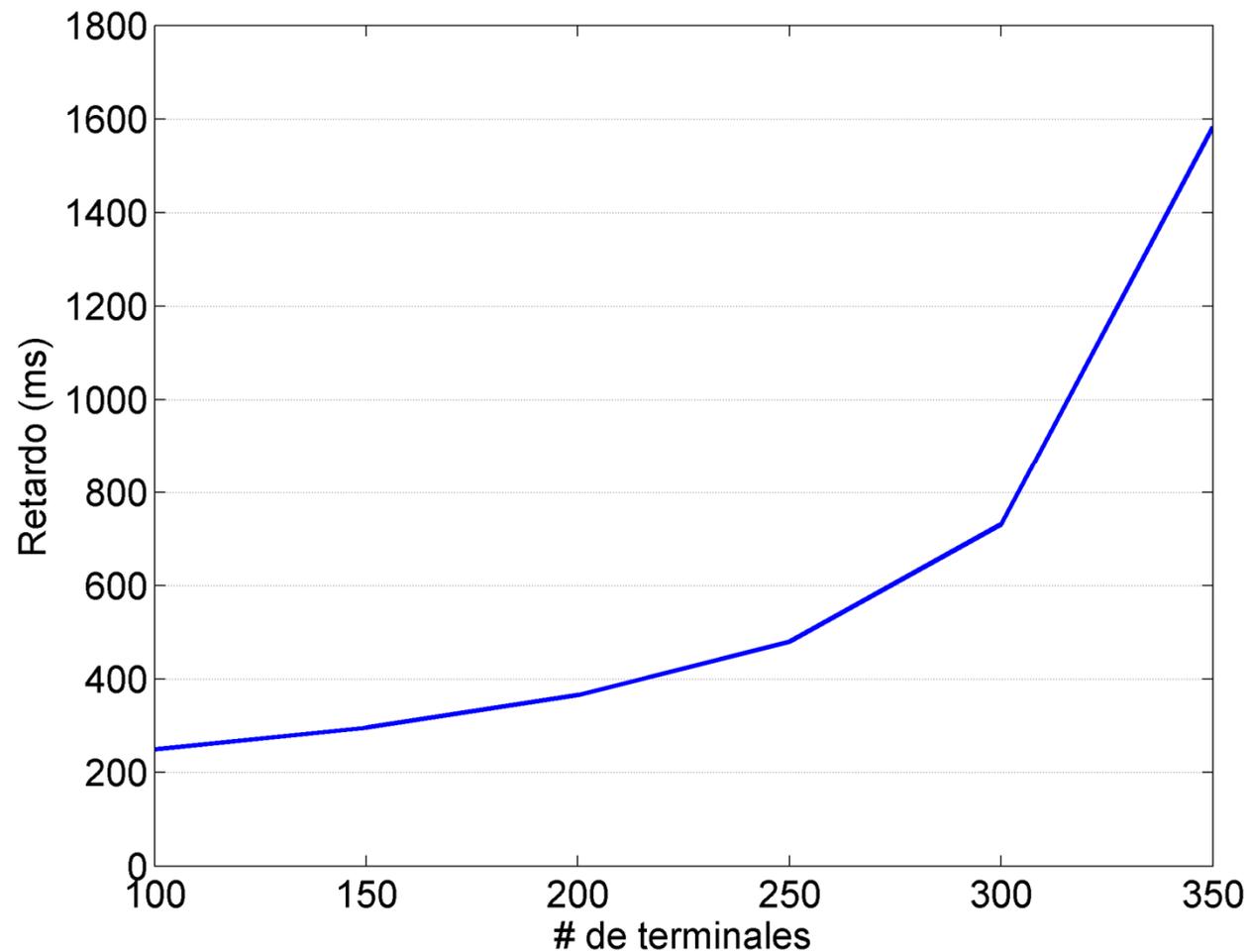
	Ida	Vuelta
L (Bytes)	1024	1024
Velocidad FR (kbps)	64	256
Velocidad procesado (kbps)	1024	1024
# de terminales	100	
Tasa por terminal (pkt/m)	1.2	4x1.2

- Se modela la cadena de sistemas de cola
- Se encamina el tráfico sobre el modelo anterior
- Se calculan (utilizando alguna herramienta informática)
  - Los valores característicos para cada sistema y el retardo total para 100 terminales
  - El retardo total, incrementando el número de terminales desde  $M=100$  a  $M=350$

- Solución para  $M = 100$

	Tasa (p/s)	Vel. (kbps)	$t_s$ (ms)	A	N	$t_{total}$ (ms)	$p_0$
Ida							
Router 1	10	1024	8	0.080	0.087	8.696	0.920
FR	2	64	128	0.256	0.344	172.043	0.744
Router 2	10	1024	8	0.080	0.087	8.696	0.920
Vuelta							
Router 2	10	1024	8	0.080	0.087	8.696	0.920
FR	8	256	32	0.256	0.344	43.011	0.744
Router 1	10	1024	8	0.080	0.087	8.696	0.920
Total							
			192		1.036	249.836	0.397

- Retardo para  $M = 100 \dots 350$  terminales



# Redes de Sistemas M/M/1

## Cadena con múltiples fuentes/destinos

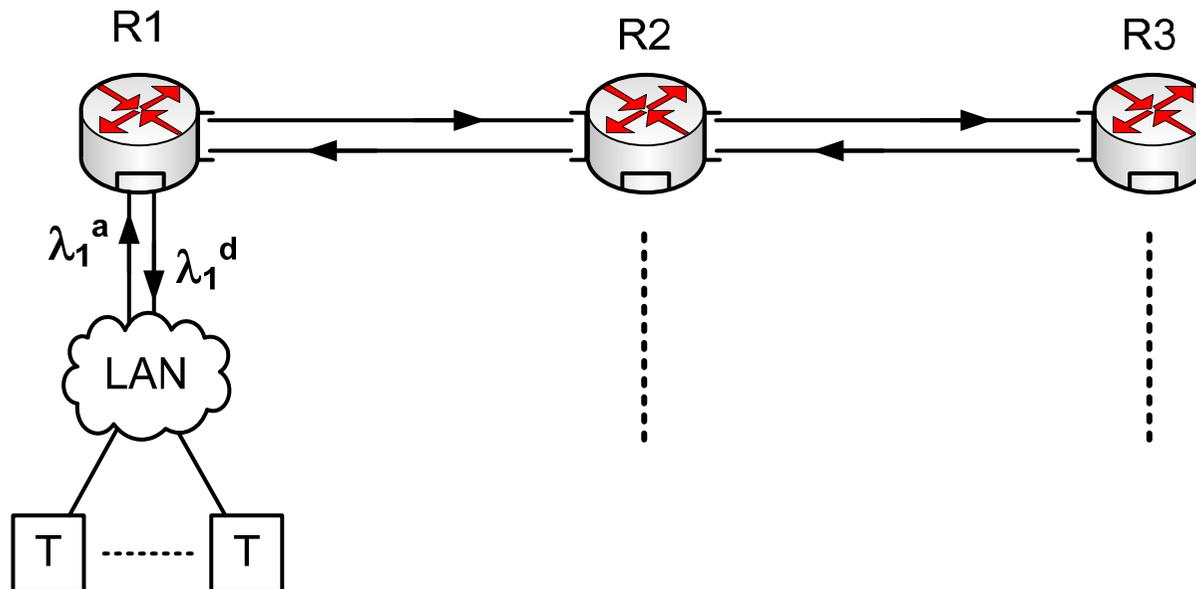
- Una cadena con múltiples fuentes y destinos está compuesta por una concatenación de nodos con equipos de enrutamiento (OSI capa 3) o de conmutación (OSI capa 2: FR, ATM, Ethernet)
- Se conectan mediante sistemas de transmisión, como fibra o cables de cobre (UTP, STP)
- En cada nodo pueden entrar o salir paquetes
- La topología que se conforma es de tipo bus

## Cadena con múltiples fuentes/destinos

### Ejemplo (1/3)

- Cadena con tres enrutadores a los que se conectan los terminales (origen y destino de paquetes) mediante LAN
- Se considera que no se pierde ni se añade ningún paquete adicional a los generados por los terminales
- Entonces resulta...

$$\lambda_0 = \lambda_1^a + \lambda_2^a + \lambda_3^a = \lambda_1^d + \lambda_2^d + \lambda_3^d$$



# Cadena con múltiples fuentes/destinos

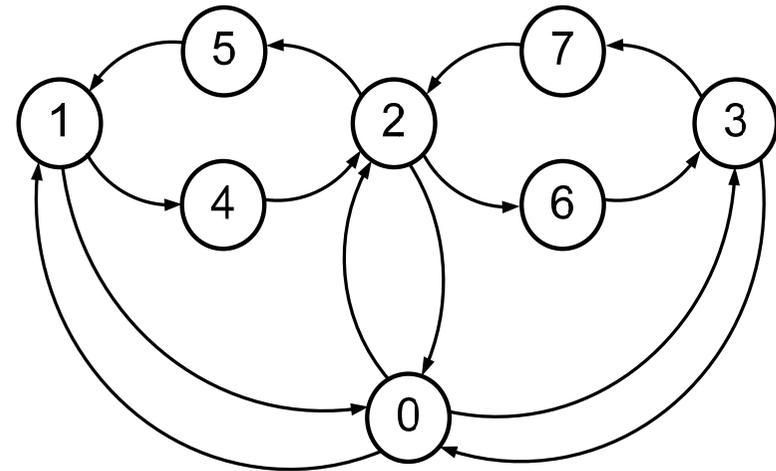
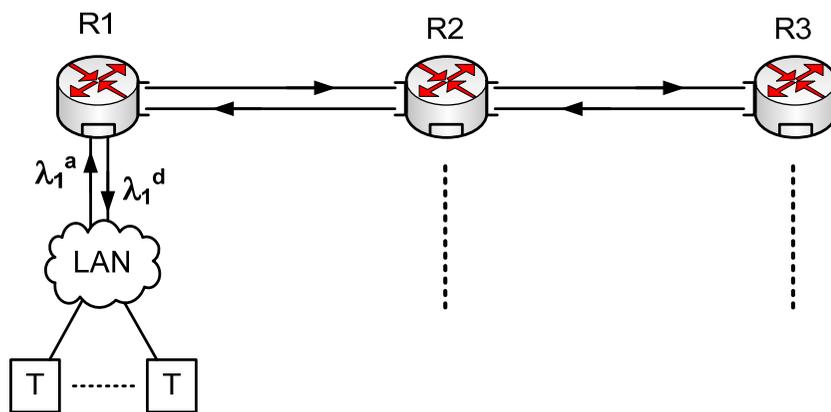
## Ejemplo (2/3)

- A partir de la topología de la red se deduce el grafo correspondiente, siguiendo los siguientes pasos...
  - El grafo tiene  $n$  nodos *regulares* con  $i=1 \dots N$ , además de un nodo *singular*  $n_0$  que representa, artificialmente, la fuente y el destino de todos los paquetes
  - Los enlaces  $a_{ij}$  indican las conexiones entre la salida de un nodo  $n_i$  y la entrada de otro,  $n_j$
  - Se establece la probabilidad de que un paquete cualquiera emplee una salida
  - En realidad cada puerto de entrada/salida representa un sistema de cola, y los servidores se corresponden normalmente con un procesador, un enrutador, un conmutador o una salida a un sistema de transmisión

# Cadena con múltiples fuentes/destinos

## Ejemplo (3/3)

- Grafo correspondiente a la red previa



#	Nodo	Espera	Servidor
1	Router	Memoria puerto entrada	Procesador
2	Router	Memoria puerto entrada	Procesador
3	Router	Memoria puerto entrada	Procesador
4	Transmisión	Memoria puerta salida router	Transmisión (BW)
5	Transmisión	Memoria puerta salida router	Transmisión (BW)
6	Transmisión	Memoria puerta salida router	Transmisión (BW)
7	Transmisión	Memoria puerta salida router	Transmisión (BW)

- Una red de sistemas de cola está constituida por un conjunto de sistemas de cola conectados entre sí
  - Cada sistema de cola se corresponde con un nodo de la red
  - La conexión entre dos sistemas de cola se corresponde con un enlace
  - El conjunto de nodos y enlaces conforman el grafo de la red
- Se establece una relación entre dos nodos  $n_i$ ,  $n_j$  a partir de la probabilidad  $p_{ij}$  de encaminar una petición por dicho enlace
- El conjunto de estas probabilidades se describe con una matriz de dimensión  $(N+1) \times (N+1)$

- Se define un proceso estocástico en  $n=1\dots N$  dimensiones

$$\overline{N(t)} = \{N_1(t), N_2(t), \dots, N_N(t)\}$$

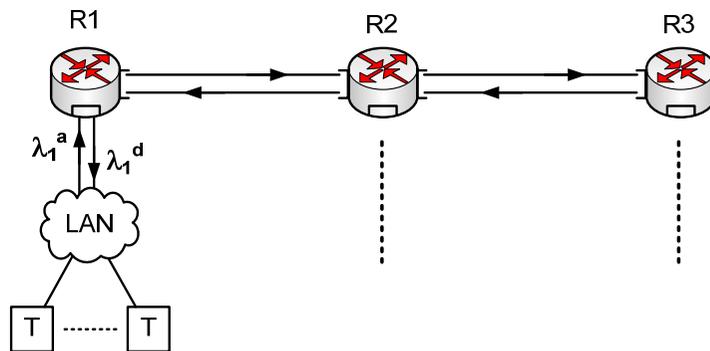
- Sea  $\bar{n} = \{n_1, n_2, \dots, n_N\}$  el vector de una solución cualquiera del proceso; la pdf correspondiente es...

$$p_{\bar{n}}(t) = \Pr\{N_1(t) = n_1, N_2(t) = n_2, \dots, N_N(t) = n_N\}$$

- ¿Se puede utilizar un modelo sistemático para llegar a soluciones genéricas con un algoritmo?
- ¿Existe un criterio para establecer la estacionariedad de la solución?
- ¿Existen fórmulas para calcular valores de rendimiento típicos?
  - $\tau_{ij}$  para todas las parejas de entrada salida (i,j)
  - $\tau$  global como valor medio en la red
  - $E(n)$  global sobre la ocupación media de la red

- ¿Se puede utilizar un modelo sistemático para llegar a soluciones genéricas con un algoritmo?
- ¿Existe un criterio para establecer la estacionariedad de la solución?
- ¿Existen fórmulas para calcular valores de rendimiento típicos?
  - $\tau_{ij}$  para todas las parejas de entrada salida (i,j)
  - $\tau$  global como valor medio en la red
  - $E(n)$  global sobre la ocupación media de la red

- Metodología sistemática: uso de la matriz de transición
- Se deduce a partir de la demanda de tráfico entre cada pareja de encaminadores en el grafo de la topología, considerando el esquema de enrutamiento de la red



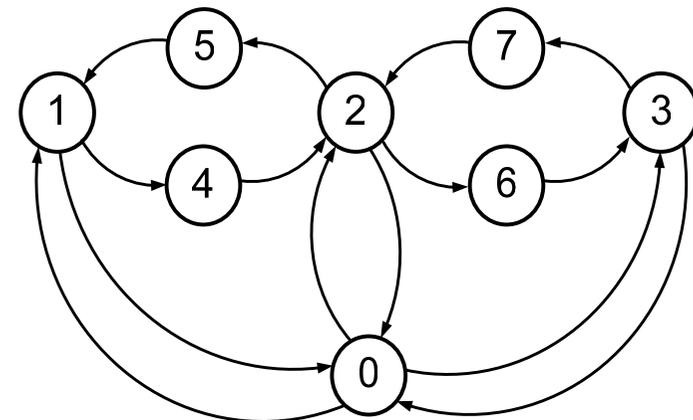
		Destino			$\lambda_{OUT}$
		LAN <sub>1</sub>	LAN <sub>2</sub>	LAN <sub>3</sub>	
Origen	LAN <sub>1</sub>		25	41	66
	LAN <sub>2</sub>	34		18	52
	LAN <sub>3</sub>	21	12		33
	$\lambda_{IN}$	55	37	59	151

## Redes de Sistemas M/M/1

### Matriz de transición (2/7)

- Interpretando el esquema de encaminamiento sobre el grafo se obtiene una matriz  $[\lambda_{ij}]$  que proporciona el flujo de cada enlace
- Como se considera que no hay pérdida de paquetes, la suma de los flujos de entrada debe ser igual a la suma de los flujos de salida en cada nodo

	0	1	2	3	4	5	6	7	$\lambda_{OUT}$
0		66	52	33					151
1	55				66				121
2	37					55	59		151
3	59							33	92
4			66						66
5		55							55
6				59					59
7			33						33
$\lambda_{IN}$	151	121	151	92	66	55	59	33	



- La matriz de transición (T) se define con los siguientes elementos
  - $\Theta_{ij}$  establece la probabilidad de que un paquete que llega al nodo  $n_i$  se transmita al nodo  $n_j$

$$\Theta \in [0,1] \quad \sum_{j=0}^N \Theta_{ij} = 1 \quad \forall i = 1 \dots N$$

- La matriz de transición se establece a partir de la matriz de flujo...

$$\Theta_{ij} = \frac{\lambda_{ij}}{\lambda_i} \quad \lambda_i = \sum_{j=0}^N \lambda_{ij}$$

- Matriz de transición del ejemplo anterior

	0	1	2	3	4	5	6	7	Suma
0	0.0000	0.4371	0.3444	0.2185	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.00
1	0.4545	0.0000	0.0000	0.0000	0.5455	0.0000	0.0000	0.0000	1.00
2	0.2450	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.3642	0.3907	0.0000	1.00
3	0.6413	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.3587	1.00
4	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.00
5	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.00
6	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.00
7	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.00

- A partir de los valores de  $\Theta_{i0}$  y  $\Theta_{0i}$  se distinguen cuatro tipos de nodos
  - Nodo origen de peticiones:  $\Theta_{i0} = 0$  y  $\Theta_{0i} > 0$
  - Nodo destino de peticiones:  $\Theta_{i0} > 0$  y  $\Theta_{0i} = 0$
  - Nodo origen/destino de peticiones:  $\Theta_{i0} > 0$  y  $\Theta_{0i} > 0$
  - Nodo de tránsito:  $\Theta_{i0} = 0$  y  $\Theta_{0i} = 0$

- De la ecuación anterior

$$\Theta_{ij} = \frac{\lambda_{ij}}{\lambda_i} \quad \lambda_i = \sum_{j=0}^N \lambda_{ij}$$

resulta un sistema de ecuaciones lineales:  $\bar{\lambda} = \bar{\lambda} \cdot \mathbf{T}$

- Dados  $\mathbf{T}$  y  $\lambda_0$  se puede calcular el vector de flujo,  $\lambda_i = \alpha_i \cdot \lambda_0$ , siendo  $\alpha_i$  las soluciones del sistema de ecuaciones lineales correspondientes

$$\alpha_i = \Theta_{0i} + \sum_{j=1}^N \alpha_j \Theta_{ji}$$

- A partir de  $\bar{\lambda} = \bar{\lambda} \cdot \mathbf{T}$ ,  $\lambda_i = \alpha_i \cdot \lambda_0$  y  $\lambda_0 = 1$ , se obtiene...

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha} \cdot \mathbf{T} \quad \alpha_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_0}$$

$$p_0 = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^N \alpha_i} \quad p_i = \alpha_i \cdot p_0 \quad i = 1 \dots N$$

- En el ejemplo anterior se obtienen los siguientes resultados

i	0	1	2	3	4	5	6	7
$\alpha_i$	1.0000	0.8013	1.0000	0.6093	0.4371	0.3642	0.3907	0.2185
$\lambda_i$	151	121	151	92	66	55	59	33
$p_i$	0.2074	0.1662	0.2074	0.1264	0.0907	0.0755	0.0810	0.0453

- ¿Se puede utilizar un modelo sistemático para llegar a soluciones genéricas con un algoritmo?
- ¿Existe un criterio para establecer la estacionariedad de la solución?
- ¿Existen fórmulas para calcular valores de rendimiento típicos?
  - $\tau_{ij}$  para todas las parejas de entrada salida (i,j)
  - $\tau$  global como valor medio en la red
  - $E(n)$  global sobre la ocupación media de la red

- Cada modelo de espera pura debe cumplir que  $\lambda < \mu$
- Extrapolando el requisito a una red de sistemas de cola, se puede ver que:  $\lambda_i < \mu_i \quad i = 1 \dots N$
- Por tanto...

$$\lambda_0 = \min_{i=1 \dots N} \frac{\mu_i}{\alpha_i}$$

- Teniendo en cuenta que...

$$\mu_i = \frac{v_i}{E(L) \cdot 8}$$

- Resulta finalmente que...

$$\lambda_0 < \min_{i=1 \dots N} \frac{v_i}{8 \cdot \alpha_i \cdot E(L)}$$

- En el ejemplo anterior se asumen los siguientes datos...
  - $v_R=384$  kbps,  $v_T= 128$ kbps y  $E(L) = 512$  Bytes
- Con lo que resulta que  $\lambda_0 < 71.494$
- A partir de la matriz de transición, la longitud media de paquetes y las capacidades de cada enlace  $\{T, \bar{v}, E(L)\}$  se calcula la carga máxima  $\lambda_0$  que puede asumir la red

i	1	2	3	4	5	6	7
$v_i$ (kbps)	384	384	384	128	128	128	128
$(t_s)_i$ (ms)	10.667	10.667	10.667	32.000	32.000	32.000	32.000
$\mu_i$ (p/s)	93.750	93.750	93.750	31.250	31.250	31.250	31.250
$\mu_i/\alpha_i$ [p/s]	116.99	93.750	153.872	71.496	85.795	79.979	142.99

- Algoritmo para el cálculo del máximo de  $\lambda_0$

```
// maxlambda0 en pkt/s y v[i] en kbps
maxlambda0(T,L,v)
calculate alpha by solving alpha=alpha*T and alpha0 = 1
    maxlamda0 = inf
    do for i=1 to N
        ts[i] = L*8/v[i]
        mu[i]=1000/ts[i]
        quot = mu[i]/alpha[i]
        if quot < maxlambda0
            maxlambda0=quot
        end if
    end do
end
```

- ¿Se puede utilizar un modelo sistemático para llegar a soluciones genéricas con un algoritmo?
- ¿Existe un criterio para establecer la estacionariedad de la solución?
- ¿Existen fórmulas para calcular valores de rendimiento típicos?
  - $\tau_{ij}$  para todas las parejas de entrada salida (i,j)
  - $\tau$  global como valor medio en la red
  - $E(n)$  global sobre la ocupación media de la red

- Asumiendo que el proceso de llegadas es de Poisson (tasa  $\lambda_0$ ) y la longitud de los paquetes  $L$  sigue una distribución geométrica, las ecuaciones lineales  $\bar{\lambda} = \bar{\lambda} \cdot \mathbf{T}$ ,  $\lambda_0 > 0$ , modelan una red de Jackson abierta
- En una red de Jackson se cumple
  - Función densidad de probabilidad (fdp)

$$p(n) = \prod_{i=1}^N p_i(n_i) \quad p_i(n_i) = A_i^{n_i} (1 - A_i)$$

- Número medio de paquetes en la red

$$E(n) = \sum_{i=1}^N E(n_i) \quad E(n_i) = \frac{A_i}{1 - A_i}$$

- Retardo medio de un paquete en la red

$$E(\tau) = \frac{E(n)}{\lambda_0}$$

# Redes de Sistemas M/M/1

## Red de Jackson abierta (2/2)

- En el ejemplo anterior resultan, para  $\lambda_0 = 60$  p/s y  $E(L) = 512$  bytes, los siguientes valores

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	Global
$\lambda$	60.00	48.08	60.00	36.56	26.23	21.85	23.44	13.11	
$(t_s)_i$		10.67	10.67	10.67	32.00	32.00	32.00	32.00	
$A_i$		0.51	0.64	0.39	0.84	0.70	0.75	0.42	
$n_i$		1.05	1.78	0.64	5.22	2.33	3.00	0.72	14.74
$\tau_i$		21.90	29.63	17.48	199.01	106.43	128.10	55.13	245.68

- Para el cálculo de los retardos individuales origen/destino  $\tau_{ij}$  se deben sumar los retardos de los elementos del camino correspondiente
- En el caso de utilizar múltiples rutas se ponderan los retardos por ruta con las probabilidades correspondientes
- En el ejemplo resultan los valores  $(\tau_{ij})$  de la siguiente matriz

	1	2	3
1		250.54	396.12
2	157.96		175.22
3	230.58	102.25	