

# Redes de Comunicación

## Extensión de la formula de Erlang-B y Redes de Sistemas de perdidas

*Instructor:*

*Dr.-Ing. K.D. HACKBARTH*

*Versión 13.12.2012*

**© Universidad de Cantabria**

- Motivación
- Breve introducción al concepto NGN-IMS
- Descripción del tráfico en un sistema en general
- Sistema de pérdida pura de Markov
- Fórmula de Erlang-B
- El modelo de la mochila estocástica
- Redes de sistemas de espera

- Las redes tradicionales de conmutación por circuitos (e.g. RPT/RDSI) se dimensionaron sobre todo para el servicio de voz.
- Más adelante se han integrado nuevos servicios, como datos vía modem o de manera directa (acceso básico o primario de la RDSI), servicio de videotelefonía con dos circuitos básicos ( $2 \cdot 64$  kbps) o servicio de videoconferencia con seis circuitos básicos ( $6 \cdot 64$  kbps)
- Con el desarrollo de las redes de datos por paquetes y del Internet vía paquetes IP (servicio “best effort”) se ha reducido la importancia de redes de conmutación de circuitos, con lo que el peso en el dimensionado y la gestión de servicios y redes se realiza con modelos de espera

- El éxito de los servicios a través de redes móviles ha suscitado de nuevo otra el interés de modelos de pérdidas, ya que...
  - Las redes de la segunda generación GSM se basan en una asignación de ranuras durante la comunicación
  - En las redes 2.5-2.75G (GPRS y EDGE) se asignan las ranuras de forma dinámica (100ms)
  - En la tercera generación, UMTS, se asignan capacidades en forma de códigos ortogonales (CDMA, WCDMA) cada 10ms
  - En la 3.5G (HSPA) se reduce el tiempo de asignación dinámico a solamente 2 ms y se introduce con el concepto de MIMO una tercera componente de multiplexación (espacial)
  - Finalmente, en LTE, se asignan frecuencias ortogonales en forma dinámica cada 1 ms (OFDMA)

- En la parte fija se está transformando el “best effort Internet” a una red con admisión de llamadas mediante el concepto NGN y conexiones virtuales (túneles) con los protocolos correspondientes
- El concepto de la NGN se está ampliando: “FMI” (fixed mobile integración)
- Se requiere, para el dimensionado de la red y la gestión de servicios, modelos de pérdida con múltiples servicios, cada uno con valores de parámetros individualizados  $\{\lambda_k, \mu_k, b_k, pr(b)_k\}$
- Para determinar el valor  $b_k$  se aplica el concepto del ancho de banda equivalente

- Tanto en las redes NGN como en los redes móviles se considera una aceptación o rechazo (bajo un  $p_b$  dado) del servicio y su correspondiente conexión
- Para eso se requiere una estimación del bando de ancho que requiere  $b_k = v_{equ}$  la conexión del servicio demandado
- Este valor depende del valor mínimo  $v_{min}$ , medio  $v_{med}$  y máximo  $v_{max}$  del valore de bando de ancho y de su desviación típica y se cumple

$$V_{med} < V_{equ} < V_{max}$$

- y depende la carga total
- de los parámetros QoS

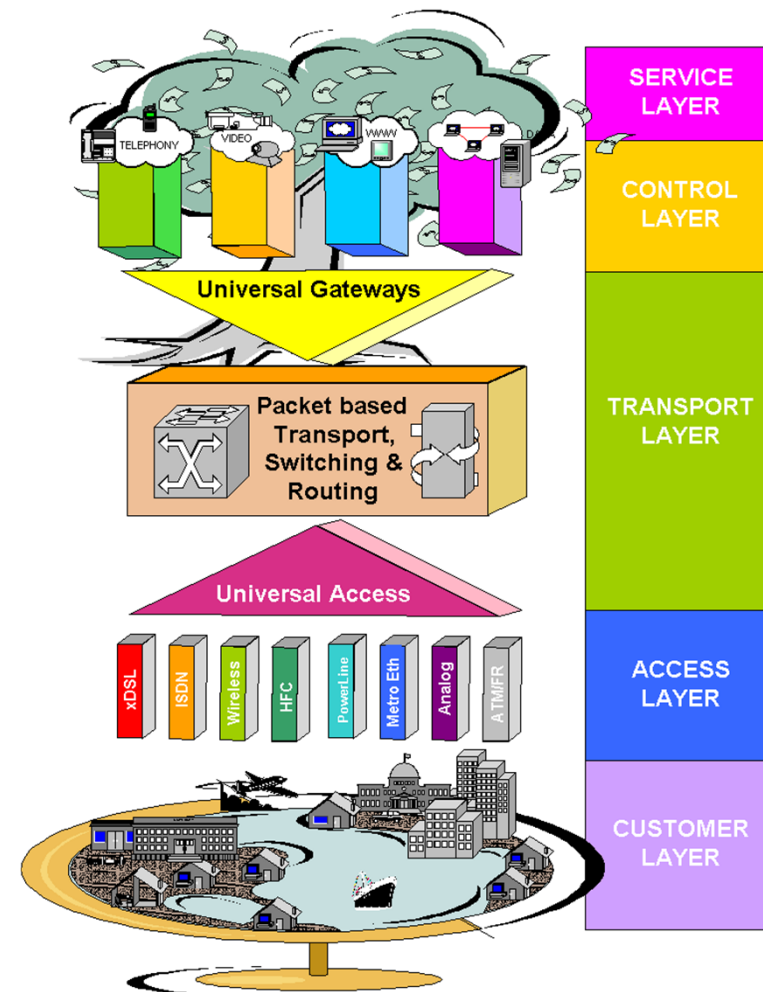
- En este capítulo se tratan los siguientes puntos
  - Una breve introducción al concepto del NGN
  - Un resumen de los sistemas de pérdida
  - La Fórmula de ErlangB y algunas extensiones
  - El modelo de la mochila estocástica (*Stochastic Knapsack Problem SKP*), que proporciona la base para el dimensionado de redes con múltiples servicios
  - Las redes de sistemas de cola

- Due to the historical definition of Internet, the conception of the IP protocol as an pure transport platform, and smart terminals, Internet allows today service offering from the outside via a system distributed over hosts, Proxies and Servers without or only with limited coordination with the proper network operator
  - This leads to jeopardize network service into a poor *bitpipe*
  - Not any GoS or QoS service guarantee can be offered (mainly at call level), due to the best effort concept
  - SLA is only applicable for special services like VPN with limited scalability



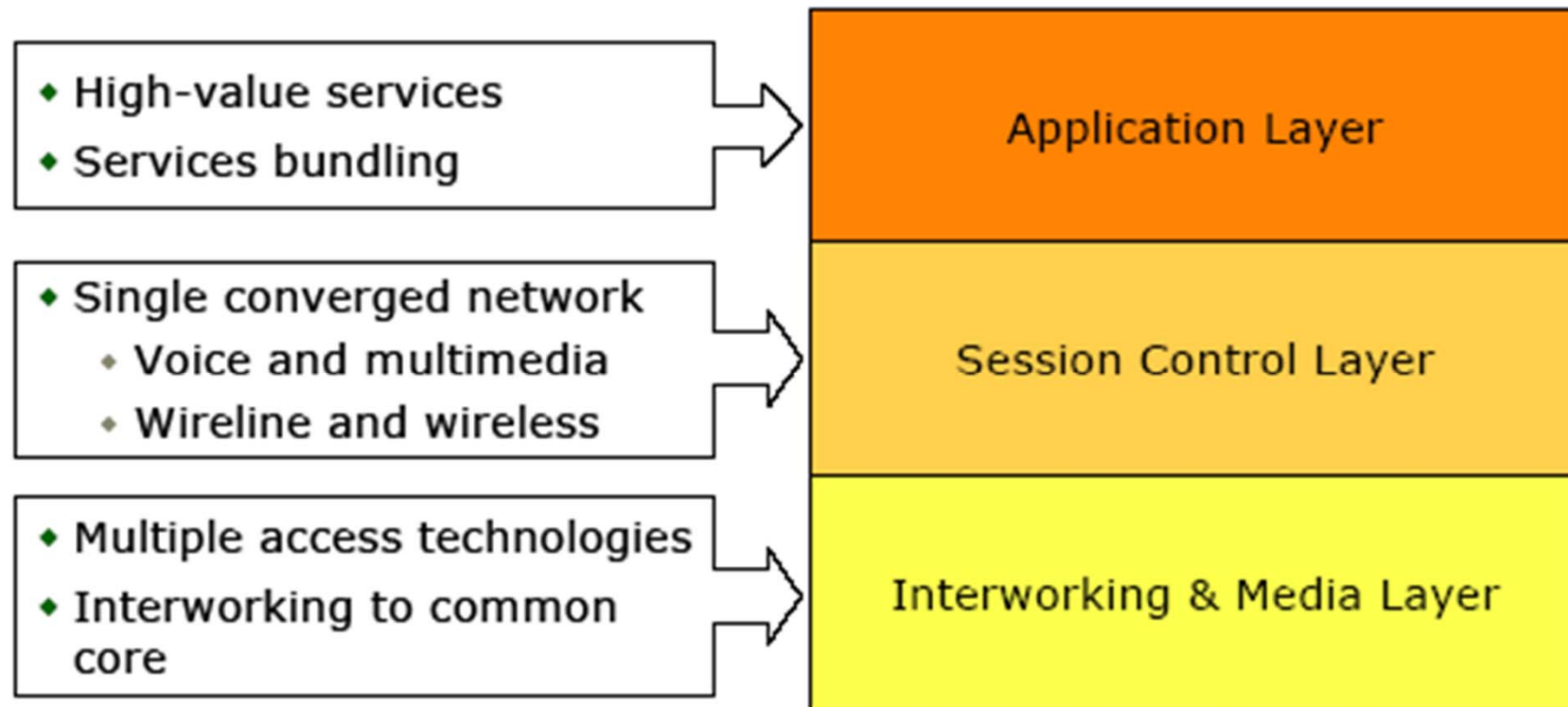
- The current situation of mobile networks...
  - 2nd Generation GSM networks provides a stable infrastructure and its services are widely accepted; penetration is in the saturation
  - 2.5 extension of GSM (GPRS, EDGE) allowed mobile network operators to incorporate new packet-based data services like MMS etc.
  - 3G infrastructure is being deployed, but the use of advanced mobile services (videoconferencing) is limited, although in constant change (penetration of advanced devices)
  - Integration trend to an ALL-IP NGN under FMC provides benefit to network operators due to reduced OAM cost but does not ensure a traffic increase mainly for data in mobile network
  - From both types of network (fixed and mobile) this integration mainly takes place in the core part of the network

- NGN is a Network concept with...
  - Logical and physical separation of the Transport and Control planes and a service/application layer on the top under a vertical service-integration
  - Differentiated Network access
  - Unified IP Transport network
  - Use of open Protocols (ITU,ETSI, IETF) for the Integration of different Service-, Transport- and System Providers



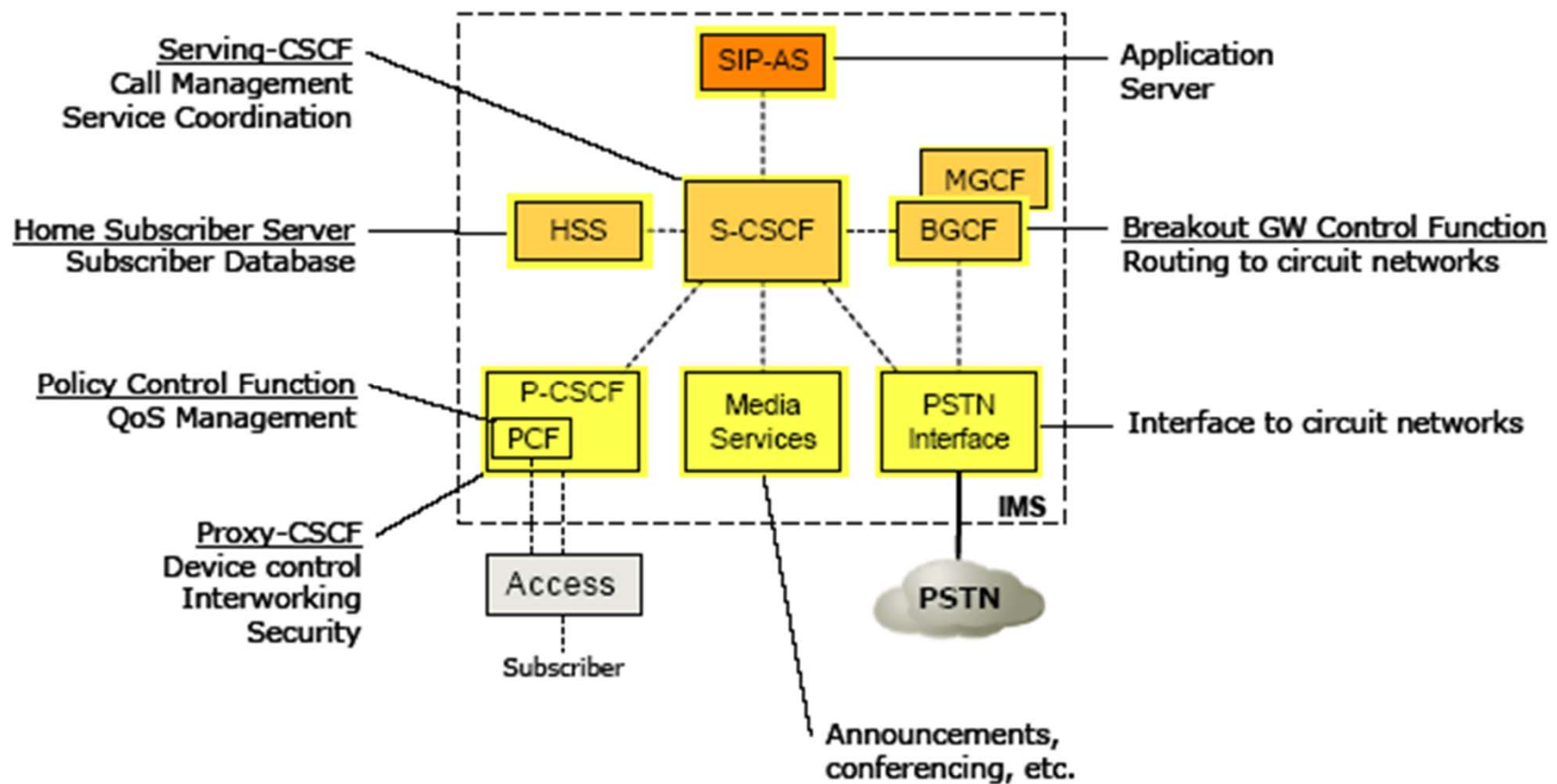
- The IMS architecture situates in the control layer of a corresponding (mobile) network at one or more core locations
- The ISM architecture defines main building blocks (functional units) which communicate among them and with the elements of the media and service layers over standardised interfaces:
  - IMS user equipment (UE)
  - Session management and routing family (CSCF)
  - Databases (HSS, SLF)
  - Inter-working Elements (BGCF, MGCF, IM-MGW, SGW)
  - Services (Application Servers, MRFC, MRDP)
  - Support Entities (THIG, SEG)
  - Policy Decision Function (PDF)
  - Charging.

- Layered View of the IMS Model



Source: N. Kinder. IMS IP Multimedia Subsystem (Sonus Networks 2005)

- The most important functional components of the IMS architecture



- Describe el tráfico y sus características en un sistema con recursos limitados, resultando tres tipos de sistemas
  - Pérdida pura en su forma más general  
 $G/G/S/M/S < M$
  - Espera pura en su forma más general  
 $G/G/S/M/S + K > M$
  - Combinación espera/pérdida en su forma más general  
 $G/G/S/M/S + K < M$

- Ejemplos

abreviación	Parámetros	Resultados	Aplicaciones
<b>Sistemas de espera pura</b>			
M/G/1	$\lambda, E(Ts), V(Ts)$	$P_w, E(n), E(tw)$	Sistemas generico
M/M/1	$\lambda, E(Ts)$	$P_w, E(n), E(tw)$	Sistemas y redes de paquetes
G/D/1	$\lambda, FDP(Tia), ts$	$P_w, E(n), E(tw)$	Sistemas y redes de células
M/M/S	$\lambda, E(Ts), S$	$P_w, E(n), E(tw)$	Formula de Erlang –C Conmutador de paquetes
<b>Sistemas de perdida pura</b>			
M/M/S/ $\infty$ /S	$\lambda, E(Ts), S$	$P_b$	Formula de Erlang-B Conmutador de circuitos
M/M/S/M/S $M > S$	$\alpha, E(Ts), S$	$P_b, P_l, E(n)$	Formula de Engset Concentrador de circuitos
<b>Sistema general de espera perdida</b>			
M/M/S/ $\infty$ /K+S	$\lambda, E(Ts), S, K$	$P_w, P_b, E(n), E(tw)$	Sistema de atención al cliente



- Se considera una corriente de tráfico de varias fuentes  $(\lambda_k, \mu_k, b_k)$   $k=1\dots K$ , que se ofrece a un dispositivo con una cierta capacidad común  $C$
- Una nueva petición se aceptará bajo las siguientes condiciones...
  - Cuando hay suficiente capacidad libre
  - Cuando los parámetros QoS de los servicios en curso se mantengan
  - Cuando la aceptación de llamada no utilice capacidades que impidan aceptar posibles peticiones posteriores de otros servicios con más prioridad (mayor beneficio, por ejemplo)
- La no aceptación de una petición del servicio  $k$  causa una pérdida cuya probabilidad  $p_{lk}$  debe respetar un umbral fijado por el parámetro GoS



- Aceptación de una petición:  $b_k = b \quad k=1 \dots K$
- El tráfico de varias fuentes  $(\lambda_k, \mu_k, b)$  se ofrece a un dispositivo con una cierta capacidad común  $C$ .
- Se puede modelar con el sistema clásico, formando una única corriente de tráfico equivalente  $(\lambda, \mu, b)$  con:
  - $\lambda = \sum_{k=1 \dots K} \lambda_k$
  - $A = \sum_{k=1 \dots K} \lambda_k / \mu_k$
  - $\mu = \lambda / A$
- El bloqueo y la pérdida se pueden calcular a partir de la fórmula de ErlangB

$$PB = B(N, A) = \frac{\frac{A^N}{N!}}{\sum_{j=0}^N \left( \frac{A^j}{j!} \right)}$$

- La fórmula de ErlangB se puede calcular en forma recursiva por

$$B(N, A) = \frac{1}{1 + \frac{N}{A \cdot B(N-1, A)}}$$

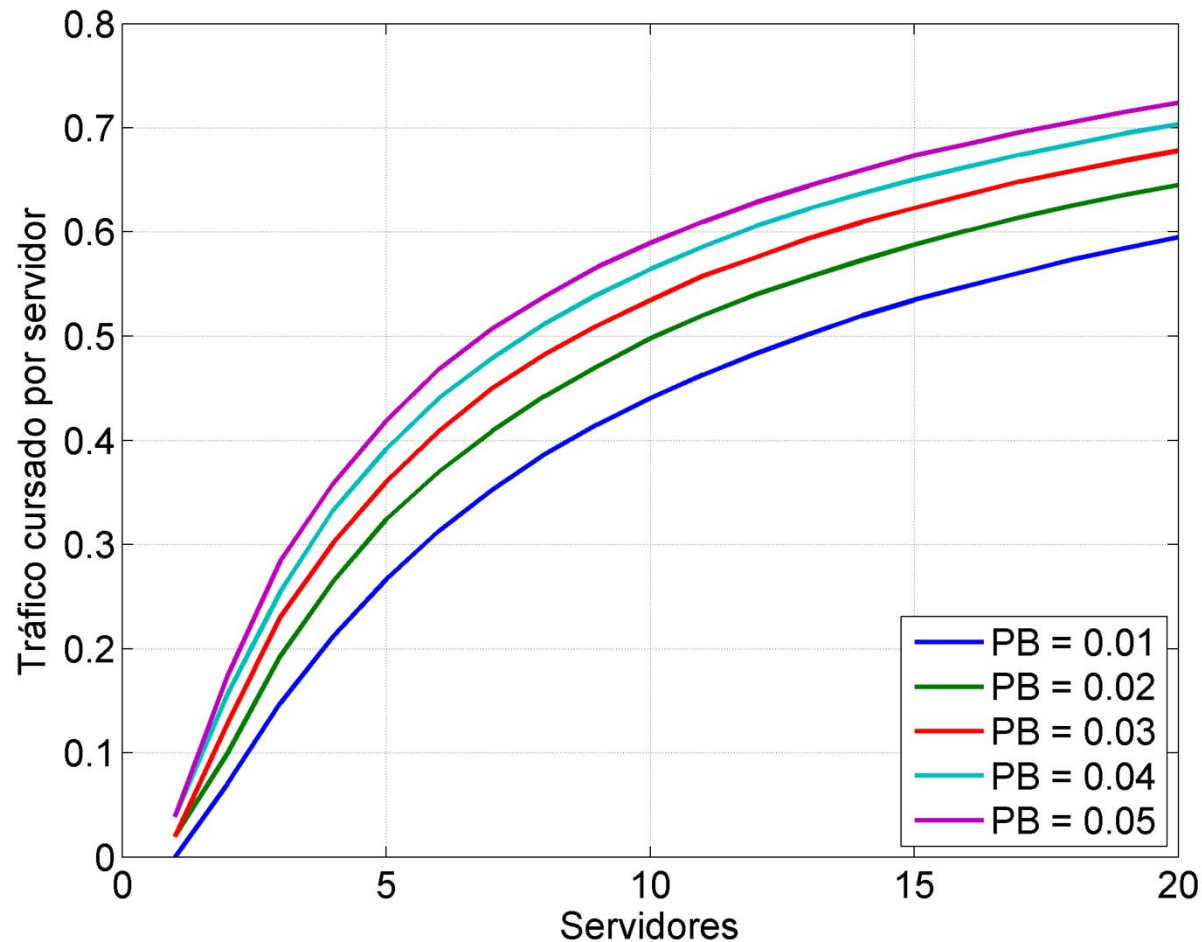
- El cálculo depende de dos parámetros (N, A) y su tiempo de procesamiento crece linealmente con N
- La fórmula es solamente válida para un N entero positivo
- Al no poder despejar N ni A se utilizan tablas
- Hoy se realiza su cálculo mediante programas informáticos
- La fórmula de ErlangB da una cota superior para el caso de fuentes limitadas, porque el cálculo exacto se realiza con la fórmula de Engset, que se verá en el próximo capítulo

## Fórmula de Erlang-B (2/10)

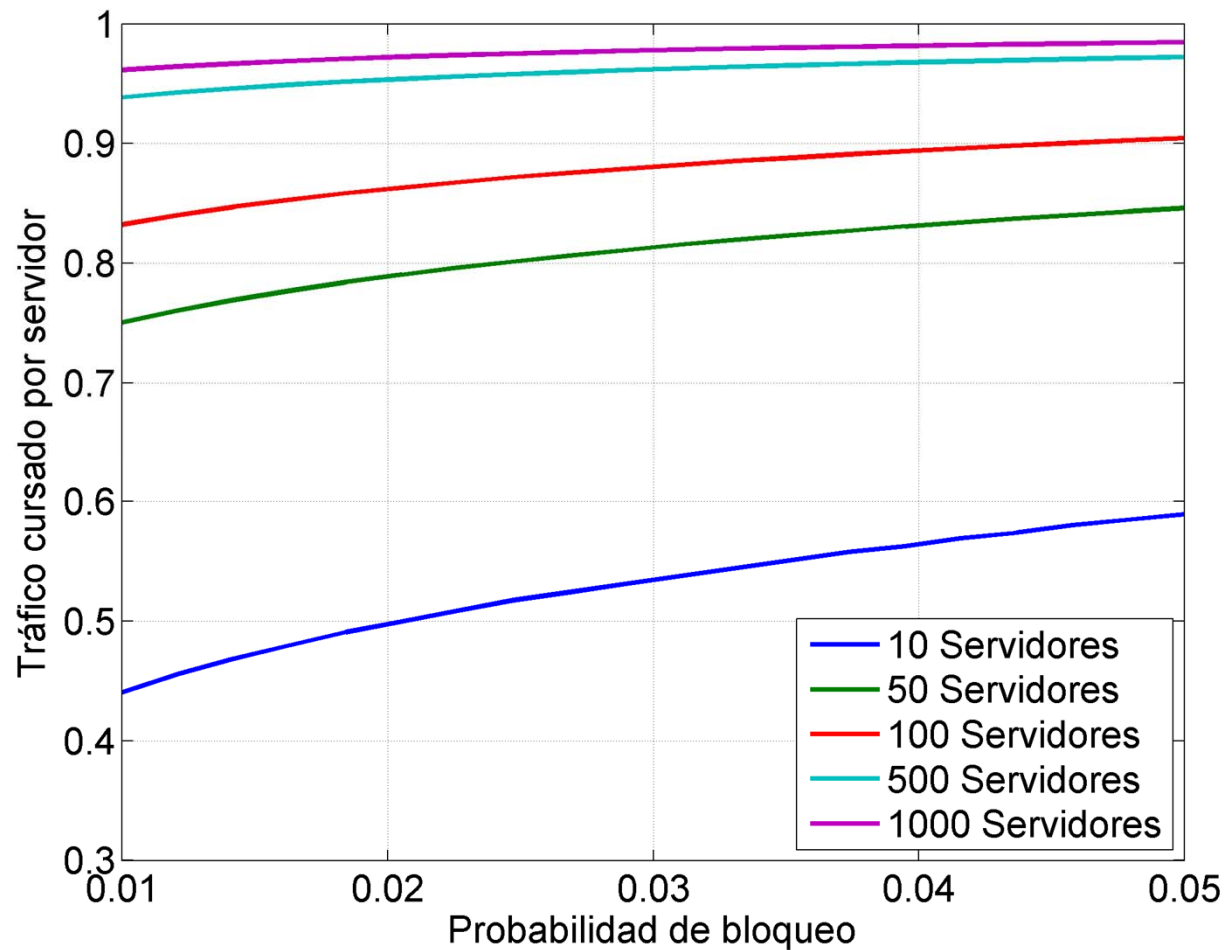
Ejemplo de la  
Fórmula de  
ErlangB, en  
función del tráfico  
ofrecido

S / pb	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
1	0,0101	0,0204	0,0309	0,0417	0,0526
2	0,1526	0,2235	0,2816	0,3333	0,3813
3	0,4555	0,6022	0,7151	0,8120	0,8994
4	0,8694	1,0923	1,2589	1,3994	1,5246
5	1,3608	1,6571	1,8752	2,0573	2,2185
6	1,9090	2,2759	2,5431	2,7649	2,9603
7	2,5009	2,9354	3,2497	3,5095	3,7378
8	3,1276	3,6271	3,9865	4,2830	4,5430
9	3,7825	4,3447	4,7479	5,0796	5,3702
10	4,4612	5,0840	5,5294	5,8954	6,2157
11	5,1599	5,8415	6,3280	6,7272	7,0764
12	5,8760	6,6147	7,1410	7,5727	7,9501
13	6,6072	7,4015	7,9667	8,4300	8,8349
14	7,3517	8,2003	8,8035	9,2977	9,7295
15	8,1080	9,0096	9,6500	10,1745	10,6327
16	8,8750	9,8284	10,5052	11,0594	11,5436
17	9,6516	10,6558	11,3683	11,9516	12,4613
18	10,4369	11,4909	12,2384	12,8504	13,3852
19	11,2301	12,3330	13,1150	13,7552	14,3147
20	12,0306	13,1815	13,9974	14,6654	15,2493

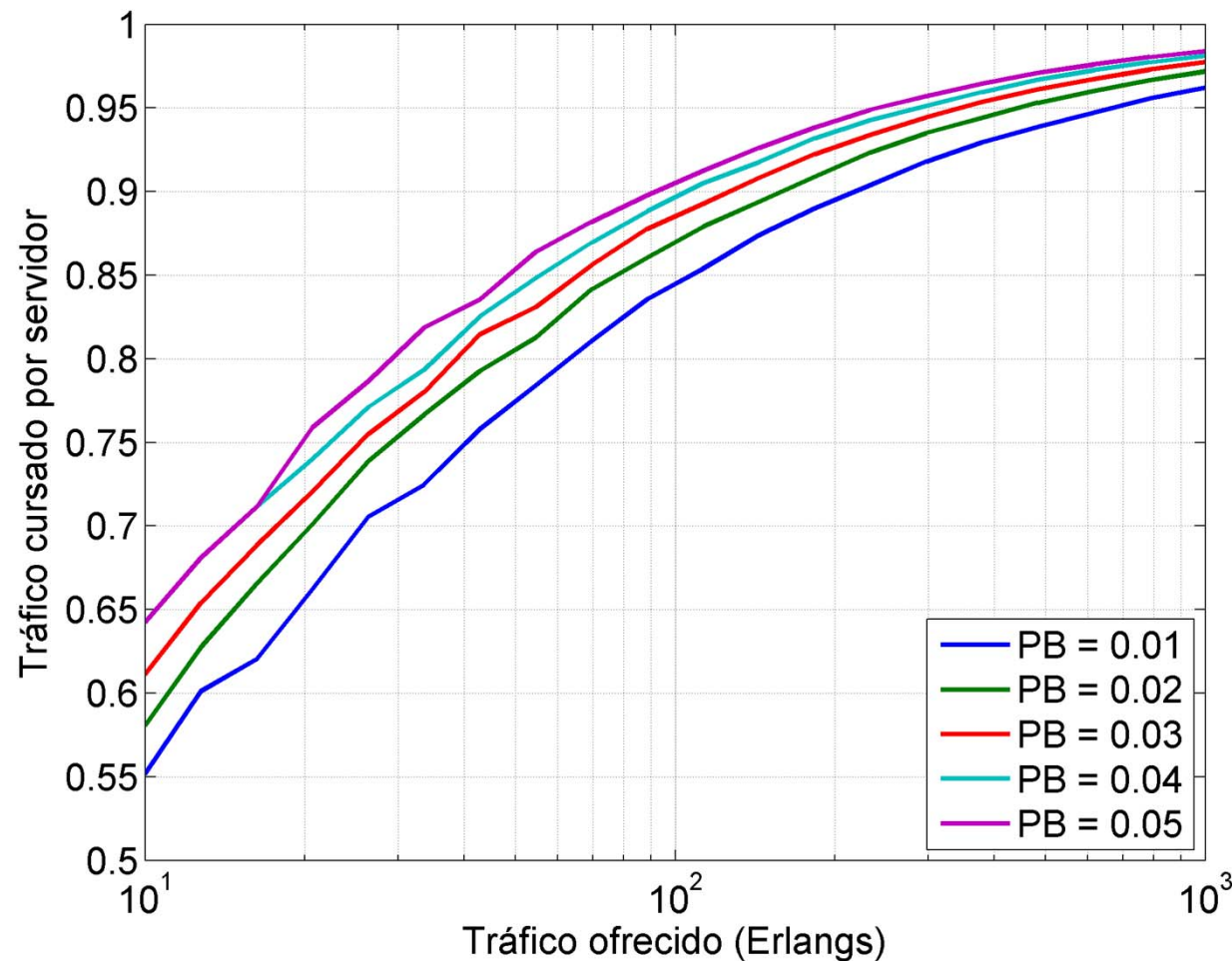
- Carga (tráfico cursado) por servidor en función del número de servidores



- Carga (tráfico cursado) por servidor en función de la probabilidad de bloqueo



- Carga (tráfico cursado) por servidor en función del tráfico ofrecido



### Estimaciones para la fórmula de Erlang-B

- Se pueden deducir varias aproximaciones para  $B(N,A)$  e incluso para  $B(x,N)$  con  $x$  número real positivo
  - Para  $A$  grande y  $p_l \ll 1$  se puede estimar  $N$  (sobre-estimación)

con

$$N \approx A \cdot [1 - p_l]$$

- Una estimación resulta de la siguiente fórmula

$$B(N, A) - 1 = \sum_{j=0}^{\infty} N(N-1) \dots (N-j+1) A^{-j}$$

para  $N > 100$  y  $p_l \ll 1$ , la suma converge rápidamente y el cálculo se puede terminar antes

## Fórmula de Erlang-B (7/10)

Ejemplo, con  
 $N = 100$   
 $A = 90$  Erlangs  
 $B = 0.026968$

N	100	A	90	0,02696806
	incr	B_inv	B	error rel.
init	1,111111111	2,111111111	0,47368421	16,5646368
2	1,222222222	3,333333333	0,3	10,12427
3	1,330864198	4,66419753	0,21439915	6,95011355
4	1,434375857	6,09857339	0,16397277	5,08025806
5	1,530000914	7,6285743	0,13108609	3,8607903
6	1,615000965	9,24357527	0,10818325	3,01153222
7	1,686778786	10,9303541	0,09148834	2,39247016
8	1,743004746	12,6733588	0,07890568	1,92589365
9	1,781738184	14,455097	0,06917975	1,5652474
10	1,801535275	16,2566323	0,06151336	1,28097059
11	1,801535275	18,0581675	0,0553766	1,05341433
12	1,781518217	19,8396858	0,05040402	0,86902658
13	1,741928923	21,5816147	0,04633574	0,71817079
14	1,683864625	23,2654793	0,04298214	0,59381629
15	1,609026198	24,8745055	0,0402018	0,49071908
16	1,519635853	26,3941414	0,0378872	0,40489132
17	1,418326796	27,8124681	0,0359551	0,33324737
18	1,30801249	29,1204806	0,03434009	0,27336154
19	1,191744713	30,3122254	0,03298999	0,22329851
20	1,072570242	31,3847956	0,03186256	0,18149248
21	0,953395771	32,3381914	0,03092319	0,14665968
22	0,836869621	33,175061	0,03014312	0,11773419
23	0,725287005	33,900348	0,02949822	0,09382063
24	0,620523326	34,5208713	0,02896798	0,07415887
25	0,523997476	35,0448688	0,02853485	0,05809784
26	0,436664563	35,4815334	0,02818367	0,04507603
27	0,359035307	35,8405687	0,02790134	0,03460691
28	0,291217527	36,1317862	0,02767646	0,02626811
29	0,232974022	36,3647602	0,02749915	0,01969324
30	0,183790617	36,5485508	0,02736087	0,01456553



- Una estimación de  $B(N,A)$  que también es válida para  $N=x$  (número real positivo) es la denominada fórmula de *Jaegermann*

$$[B(x,A)]^{-1} \approx a_0(c) \cdot \sqrt{x} + a_1(c) + \frac{a_2(c)}{\sqrt{x}}$$

con  $c$ : carga normalizada

$$c = \frac{A - x}{\sqrt{x}}$$

y  $a_0$ ,  $a_1$  y  $a_2$  coeficientes tabulados

- El tiempo de cálculo no depende de  $N$  o  $x$
- La aproximación es válida en un alto rango de  $A$ ,  $N$  o  $x$

- Dualidad Erlang-B/Erlang-C
  - La fórmula de Erlang-C calcula la probabilidad de espera en un sistema de espera (pura) M/M/S, mientras la fórmula de Erlang-B establece la probabilidad de pérdida en un sistema M/M/S/S
  - Entre ambos resulta la siguiente relación:

$$p_w = \frac{S \cdot p_b}{S - A(1 - p_b)}$$

con...

$$p_w = \frac{\frac{A^S \cdot S}{S! (S - A)}}{\sum_{i=0}^{S-1} \frac{A^i}{i!} + \frac{A^S \cdot S}{S! (S - A)}} \qquad p_b = \frac{\frac{A^S}{S!}}{\sum_{i=0}^S \frac{A^i}{i!}}$$

- Tiempo de servicio con fdp genérica
  - La fórmula de ErlangB (así como la de Engset) es válida para cualquier fdp del Ts (*robustness*)
- Secuencia de ocupación de los servidores (*hunting*)
  - La fórmula de ErlangB es independiente del orden en que se ocupan los servidores libres
- Tipos de *hunting*
  - Secuencial desde el primero hasta el último
  - Secuencial desde el último ocupado
  - Aleatorio

- La tasa de llegadas crece con el número de usuarios en el sistema  
 $\lambda_n \leq \lambda_{n+1}$
- La fdp del tiempo entre llegadas consecutivas sigue una distribución exponencial negativa, con parámetro  $\lambda_n$
- El tráfico total ofrecido tiene un valor medio  $E(A)$  y una varianza  $V(A)$
- Se asume que  $B(N,A)$  es la probabilidad de bloqueo (fórmula de Erlang-B)
- Se cumple que...

$$V(A) \geq E(A) \rightarrow Id(A) \geq 1$$
$$B(N, E(A)) \leq B(N, E(A), V(A)) \leq B(x, A_e)$$

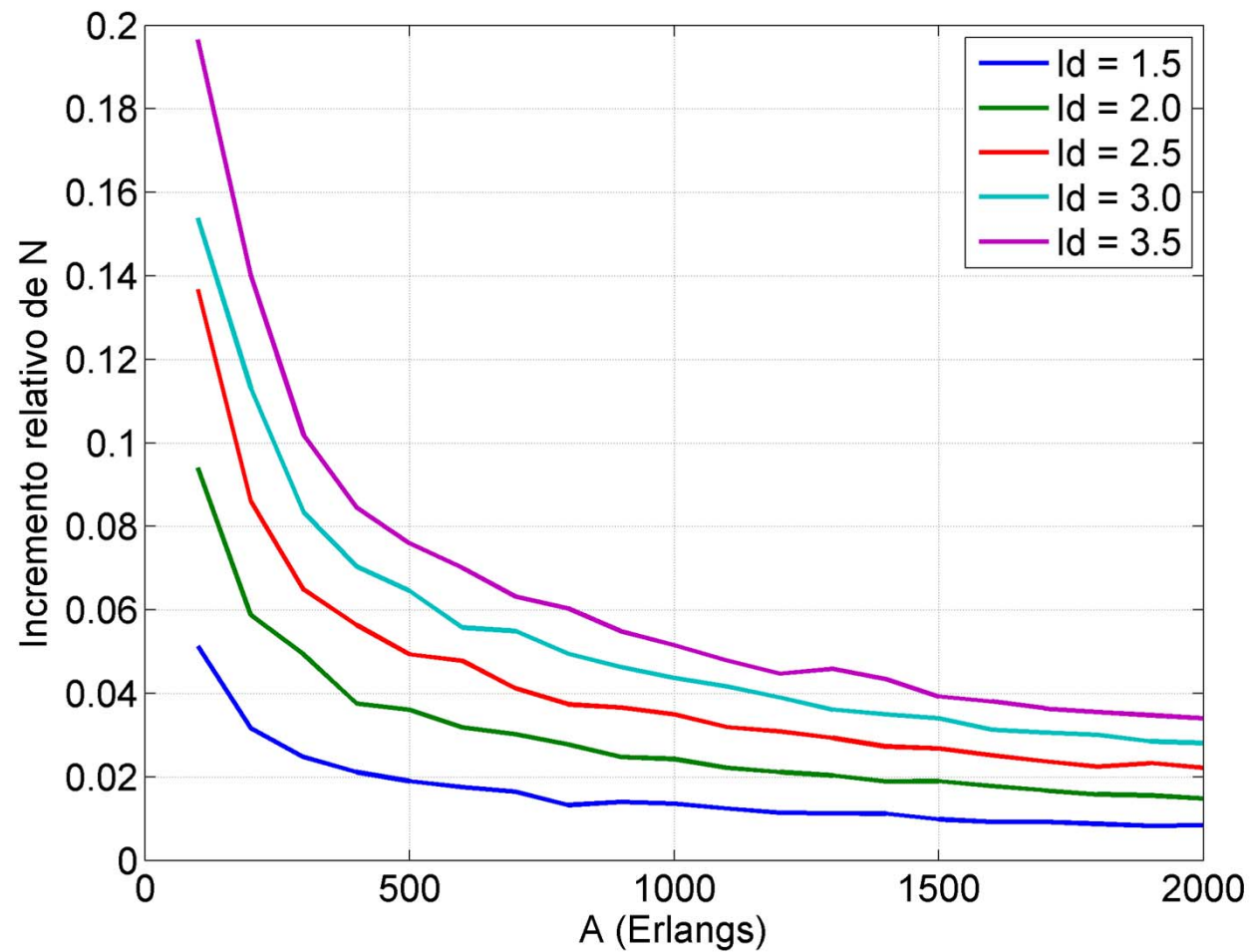
con...

$$A_e = \frac{E(A)}{Id(A)}, \quad x = \frac{N}{Id(A)}$$

- Número de servidores en función de  $A$  y  $I_d$

$A / I_d$	1	1.5	2	2.5	3	3.5
100	117	123	127	131	135	139
200	221	228	234	240	245	249
300	324	332	339	345	351	357
400	426	434	442	449	456	462
500	527	536	545	553	560	567
600	628	638	647	655	663	670
700	728	739	749	758	766	774
800	829	840	851	860	868	876
900	929	941	952	961	971	979
1000	1029	1042	1053	1063	1072	1081
1100	1129	1142	1154	1164	1174	1183
1200	1229	1243	1255	1265	1276	1285
1300	1329	1343	1355	1366	1377	1386
1400	1429	1443	1456	1467	1478	1488
1500	1529	1544	1557	1568	1579	1589
1600	1629	1644	1657	1669	1680	1691
1700	1729	1744	1757	1770	1781	1792
1800	1828	1844	1858	1870	1882	1893
1900	1928	1944	1958	1971	1982	1994
2000	2028	2044	2058	2071	2083	2095

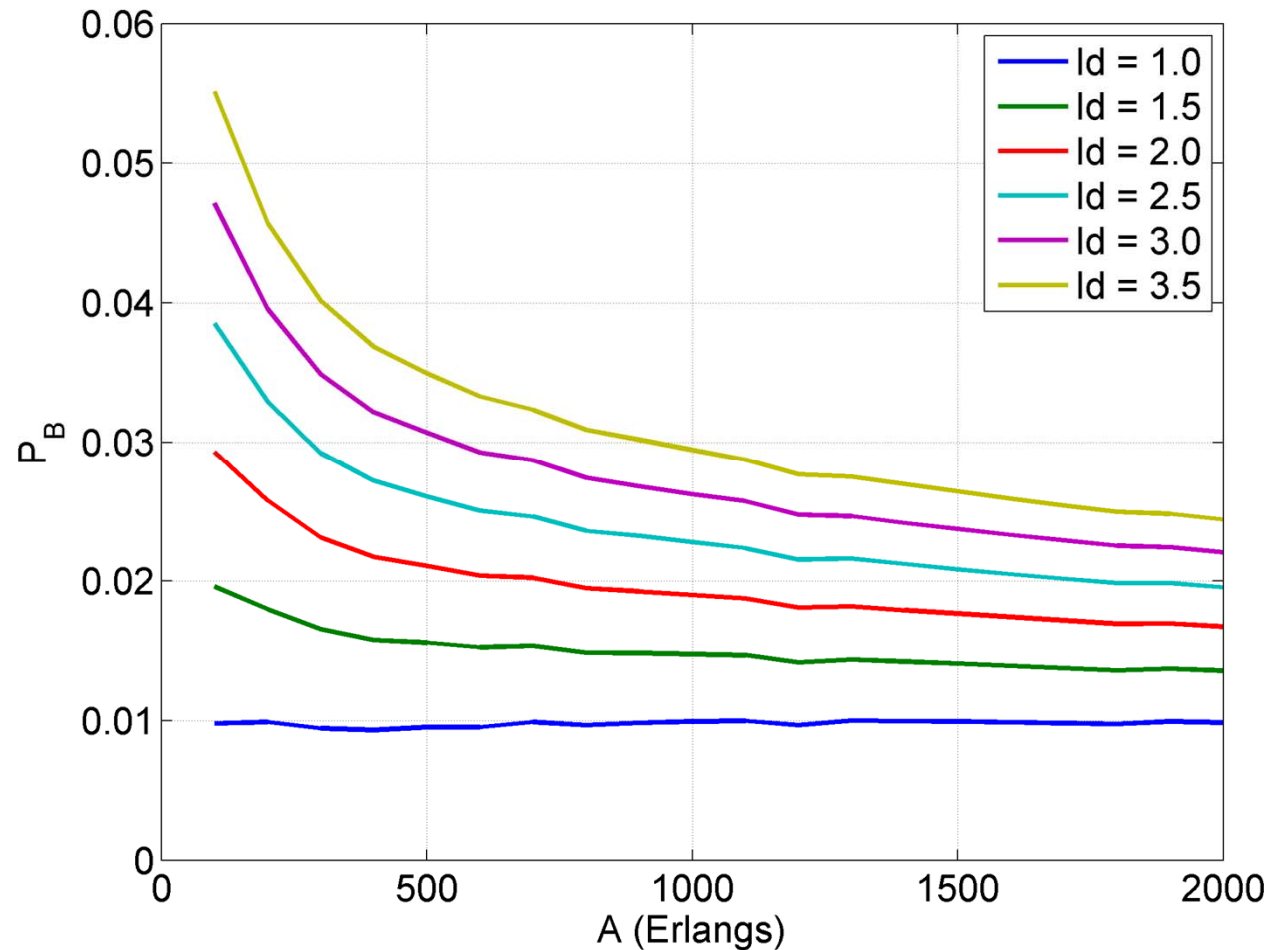
- Incremento relativo de N con tráfico a ráfagas



- Bloqueo en función de  $A$  e  $I_d$ , utilizando un  $N$  calculado con la fórmula de Erlang-B asumiendo  $I_d=1$

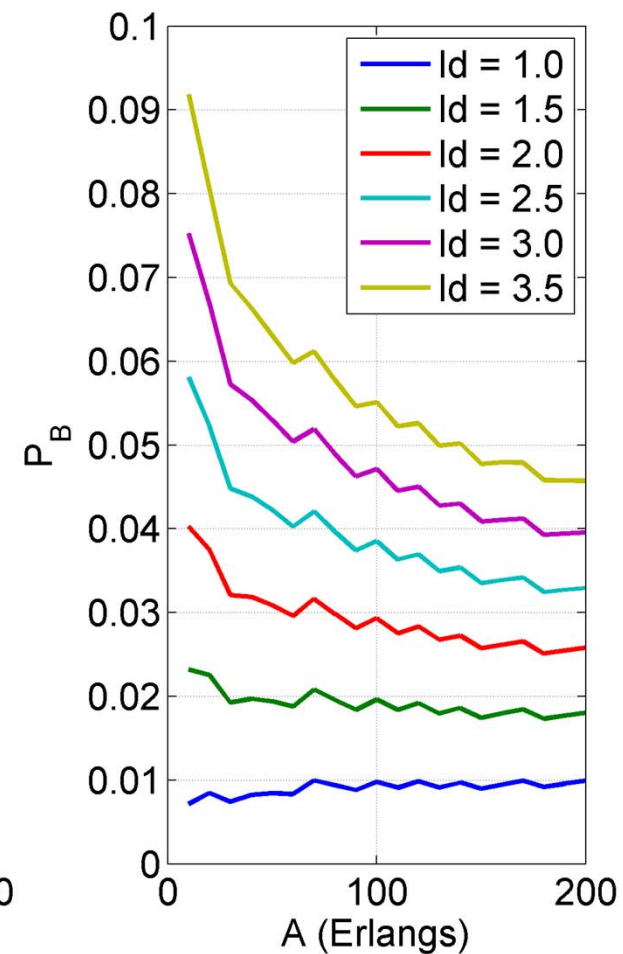
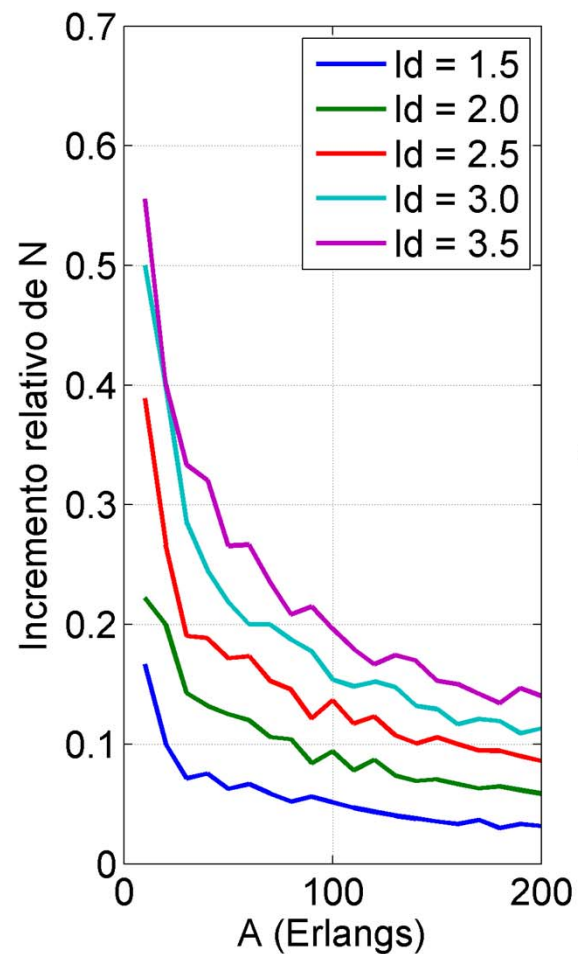
A / $I_d$	1	1.5	2	2.5	3	3.5
100	0.0098	0.0196	0.0293	0.0385	0.0471	0.0551
200	0.0099	0.0180	0.0258	0.0329	0.0395	0.0457
300	0.0094	0.0166	0.0231	0.0292	0.0349	0.0402
400	0.0093	0.0158	0.0217	0.0272	0.0322	0.0368
500	0.0095	0.0156	0.0211	0.0261	0.0307	0.0349
600	0.0095	0.0153	0.0204	0.0250	0.0293	0.0333
700	0.0099	0.0154	0.0202	0.0246	0.0287	0.0323
800	0.0097	0.0149	0.0195	0.0236	0.0274	0.0309
900	0.0098	0.0148	0.0193	0.0232	0.0268	0.0302
1000	0.0099	0.0148	0.0190	0.0228	0.0262	0.0294
1100	0.0100	0.0147	0.0188	0.0224	0.0257	0.0287
1200	0.0100	0.0145	0.0185	0.0220	0.0252	0.0281
1300	0.0100	0.0144	0.0182	0.0216	0.0246	0.0275
1400	0.0100	0.0142	0.0179	0.0212	0.0242	0.0269
1500	0.0099	0.0141	0.0177	0.0208	0.0237	0.0264
1600	0.0099	0.0139	0.0174	0.0205	0.0233	0.0259
1700	0.0098	0.0138	0.0172	0.0202	0.0229	0.0254
1800	0.0100	0.0139	0.0172	0.0202	0.0228	0.0253
1900	0.0099	0.0137	0.0170	0.0199	0.0224	0.0248

- Comparación del bloqueo con tráfico a ráfagas frente al caso original ( $I_d = 1$ )





- Tráfico a ráfagas, para A menor de 200 Erlangs



- El encaminamiento de tráfico en redes de circuitos (R-ctx.) es un aspecto tradicional en la teoría de tráfico
- El desbordamiento se da cuando hay dos grupos de circuitos y el tráfico total ( $A_1$ ) se ofrece al primer grupo ( $S_1$ ), que desborda al segundo grupo ( $S_2$ ) cuando todos los circuitos de  $S_1$  están ocupados
- Adicionalmente el segundo grupo  $S_2$  puede recibir también tráfico directo ( $A_2$ )
- Un ejemplo es un conjunto de estaciones base de GSM en el espectro de 900 MHz y una estación GSM adicional (*célula paraguas*) en el espectro de 1800 MHz, que cubre el espacio de las anteriores y recibe el tráfico sólo cuando el espectro de 900 MHz está saturado

- Se asume que tanto el tiempo entre llegadas consecutivas como la duración de cada una siguen una fdp exponencial negativa
- El tráfico  $A_1$  que se ofrece al grupo directo  $S_1$  es totalmente aleatorio (tráfico de Poisson)
- El tráfico  $A_1^d$  que se desborda es de tipo aleatorio puro únicamente cuando el grupo directo está saturado, siendo cero en caso contrario
- $A_1^d$  se puede calificar como un proceso de Poisson interrumpido (en inglés “*Interrupted Poisson Process*”, *IPP*)

- El valor medio del tráfico de desbordamiento y su varianza se calculan con las fórmulas de Kosten:

$$E(A_1^d) = A_1^d = A_1 \cdot p_d$$
$$V(A_1^d) = A_1^d \left[ 1 - A_1^d + \frac{A_1}{1 + S_1 - A_1 + A_1^d} \right]$$

- Se cumplen las siguientes relaciones:

$$A_1^c = A_1 \cdot (1 - p_d), A_1^d = A_1 \cdot p_d \quad (p_d = B(A_1, S_1))$$

$$E(A_1^d) < V(A_1^d) \quad \text{si } A_1^d < A_1$$

$$E(A_1^d) = V(A_1^d) \quad \text{si } A_1^d = A_1$$

# Desbordamiento de tráfico (4/5)

## Ejemplo 1

- $S_1 = A_1$  y  $p_T = 0.01$  (Nótese que  $p_{l2} = p_l \cdot p_d$ )
- El número total de circuitos  $S_T$  es superior que en un dimensionado **con** desbordamiento (¿por qué?)

pLT	0.01	multiple xor	1	con desbordamiento									sin desbordamiento		
A1	S1	pd	E(A1d)	V(A1d)	ld	pL2	S2	ST	fu1	fu2	fut	ST	fut	delta	
10	10	0.2146	2.1458	4.3624	2.0330	0.0466	8	18	0.7854	0.2557	0.5500	18	0.5500	0	
20	20	0.1589	3.1778	8.2920	2.6093	0.0629	10	30	0.8411	0.2978	0.6600	30	0.6600	0	
30	30	0.1325	3.9738	12.1511	3.0578	0.0755	11	41	0.8675	0.3340	0.7244	42	0.7071	1	
40	40	0.1162	4.6462	15.9743	3.4381	0.0861	12	52	0.8838	0.3539	0.7615	53	0.7472	1	
50	50	0.1048	5.2394	19.7747	3.7743	0.0954	13	63	0.8952	0.3646	0.7857	64	0.7734	1	
60	60	0.0963	5.7760	23.5590	4.0788	0.1039	14	74	0.9037	0.3697	0.8027	75	0.7920	1	
70	70	0.0896	6.2698	27.3310	4.3592	0.1116	14	84	0.9104	0.3978	0.8250	85	0.8153	1	
80	80	0.0841	6.7295	31.0934	4.6205	0.1189	15	95	0.9159	0.3953	0.8337	96	0.8250	1	
90	90	0.0796	7.1614	34.8479	4.8661	0.1257	15	105	0.9204	0.4174	0.8486	107	0.8327	2	
100	100	0.0757	7.5700	38.5959	5.0985	0.1321	16	116	0.9243	0.4106	0.8534	117	0.8462	1	
200	200	0.0544	10.8705	75.8545	6.9780	0.1840	19	219	0.9456	0.4669	0.9041	221	0.8959	2	
300	300	0.0447	13.4044	112.8984	8.4225	0.2238	22	322	0.9553	0.4729	0.9224	324	0.9167	2	
400	400	0.0389	15.5412	149.8313	9.6409	0.2574	23	423	0.9611	0.5018	0.9362	426	0.9296	3	
500	500	0.0348	17.4239	186.6933	10.7148	0.2870	24	524	0.9652	0.5177	0.9447	527	0.9393	3	
600	600	0.0319	19.1261	223.5050	11.6858	0.3137	25	625	0.9681	0.5250	0.9504	628	0.9459	3	
700	700	0.0296	20.6916	260.2786	12.5789	0.3383	25	725	0.9704	0.5477	0.9559	728	0.9519	3	
800	800	0.0277	22.1488	297.0220	13.4103	0.3612	26	826	0.9723	0.5442	0.9588	829	0.9554	3	
900	900	0.0261	23.5174	333.7408	14.1912	0.3827	26	926	0.9739	0.5584	0.9622	929	0.9591	3	
1000	1000	0.0248	24.8119	370.4389	14.9299	0.4030	26	1026	0.9752	0.5697	0.9649	1029	0.9621	3	

# Desbordamiento de tráfico (4/5)

## Ejemplo 2

- Ejemplo en que hay tráfico directo a  $S_2$  ( $A_2$  es 50% de  $A_1$ )
- En este caso el segundo grupo  $S_2$  debe dimensionarse con

$$p_{l2} = p_l$$

y no con

$$p_{l2} = p_l \cdot p_d$$

(como en el caso de  $A_2 = 0$ )

- Resulta que el número total de circuitos  $S_T$  sin desbordamiento es a partir de un umbral de tráfico inferior que en el caso de un dimensionado con desbordamiento (¿por qué?)

A1	A2	ld	ST con des	ST sin des
10	5	1.3102	26	29
20	10	1.3881	44	48
30	15	1.4310	61	66
40	20	1.4596	78	83
50	25	1.4807	95	100
60	30	1.4971	112	117
70	35	1.5103	128	132
80	40	1.5214	144	149
90	45	1.5308	160	165
100	50	1.5389	177	181
200	100	1.5861	335	338
300	150	1.6089	491	494
400	200	1.6230	646	647
500	250	1.6330	800	800
600	300	1.6404	954	952
700	350	1.6463	1107	1103
800	400	1.6511	1259	1255
900	450	1.6551	1412	1405
1000	500	1.6586	1564	1556

- Un sistema de pérdida con capacidad finita y múltiples tipos de servicios con tráfico tipo *Poisson* se denomina modelo de mochila estocástica, en inglés *Stochastic Knapsack Model (SKM)*
- El modelo se caracteriza por...
  - $(\lambda_k, \mu_k, b_k)$   $k=1\dots K$  los flujos de  $K$  servicios a un sistema con capacidad finita  $C$
  - La llegada de los servicios es de Poisson, con parámetro  $\lambda_k$
  - La fdp de la duración es exponencial negativa, con parámetro  $\mu_k$
  - La capacidad requerida por conexión es  $b_k$ , constante e independiente del estado del sistema
  - Cada servicio puede tener su propio parámetro de bloqueo  $pb_k$ , o un parámetro común  $p_g$

- Se definen los siguientes parámetros
  - $\underline{N} = (N_1 \dots N_k \dots N_K)$  el proceso estocástico correspondiente en estado de estacionaridad
  - $\underline{n} = (n_1 \dots n_k \dots n_K)$  una realización concreta
  - $\pi(\underline{n})$  la probabilidad de una realización
  - $\underline{b} = (b_1 \dots b_k \dots b_K)$  el vector de capacidades de los servicios
  - $S$  el espacio de estados de las soluciones que se pueden satisfacer con la capacidad  $C$  global

$$S = \{ \underline{n} / \langle \underline{n}, \underline{b} \rangle \leq C \}$$



- Teorema (Forma del producto del SKM)

$$\pi(\underline{n}) = \frac{1}{G} \prod_{k=1}^K \frac{A_k^{n_k}}{n_k!}$$

con...

$$A_k = \frac{\lambda_k}{\mu_k}$$

y la constante de normalización G...

$$G = \sum_{n \in S} \prod_{k=1}^K \frac{A_k^{n_k}}{n_k!}$$

## El modelo de la mochila estocástica (4/9)

- Bloqueo en el SKP; sea  $S_k$  el espacio de estados de las soluciones en el que SKM admite una petición para el servicio k

$$S_k = \{ \underline{n} \in S \mid \langle \underline{n}, \underline{b} \rangle \leq C - b_k \} \text{ y } S_k \subset S$$

- El bloqueo  $pb_k$  es el estado en que el SKM no admite más peticiones del servicio k

$$pb_k = 1 - \sum_{n \in S_k} \pi(\underline{n})$$

- A partir del teorema anterior se puede calcular  $pb_k$

$$pb_k = 1 - \frac{\left( \sum_{n \in S_k} \prod_{j=1}^K \frac{A_j^{n_j}}{n_j!} \right)}{\sum_{n \in S} \prod_{j=1}^K \frac{A_j^{n_j}}{n_j!}}$$

- Se definen los siguientes parámetros en un modelo para calcular el rendimiento y el grado de uso de las capacidades  $C$ 
  - $A_k^O$ : tráfico del servicio  $k$  ofrecido al SKM
  - $A_k^C$ : tráfico (del servicio  $k$ ) aceptado por el SKM
  - $A_k^P$ : tráfico (del servicio  $k$ ) rechazado por el SKM
  - $pb_k$ : Probabilidad de bloqueo del servicio  $k$

$$A_k^C = A_k^O(1 - pb_k) \quad y \quad A_k^P = A_k^O \cdot pb_k$$

- Grado de uso de las capacidades

$$\rho = \frac{\sum_{k=1}^K A_k^O(1 - pb_k)b_k}{C}$$

- Cálculo de la ocupación media de las capacidades; sea
  - $U$  la variable aleatoria de la capacidad ocupada,  $U = \langle \underline{N}, \underline{b} \rangle$
  - $E(U)$  el grado medio de utilización de la capacidades
  - $c(\underline{n}) = c \leq C$ , la capacidad ocupada por una realización  $\underline{n}$  cualquiera
  - $S(c)$  el espacio de estados de soluciones que ocupan exactamente una capacidad  $c$ , y  $q(c)$  su probabilidad
- Entonces...

$$S(c) = \{ \underline{n} / \langle \underline{n}, \underline{b} \rangle = c \}$$

$$E(U) = \sum_{c=0}^C c \cdot q(c) \quad q(c) = \sum_{\underline{n} \in S(c)} \pi(\underline{n})$$

## El modelo de la mochila estocástica (7/9)

- El cálculo de las soluciones exactas con el modelo de la SKP requiere el uso de algoritmos, implementados en herramientas de planificación
- Para una primera aproximación de la capacidad total  $C$ , bajo un valor de bloqueo global, se puede usar el siguiente modelo

$$\begin{aligned} &(\lambda_k, \mu_k, b_k) \quad k = 1 \dots K \\ &b_k < b_{k+1} \quad k = 1 \dots K \\ &pb = \min_{k=1 \dots K} pb_k \end{aligned}$$

## El modelo de la mochila estocástica (8/9)

- El modelo asume que los tráficos  $A_k$  sean de tipo Poisson y que  $r = k$  es el servicio de referencia para la normalización
- Se establece  $C$  como el ancho de banda necesario para asegurar una pérdida global  $p_L$

$$A_t = \sum_{k=1}^K A_k \left( \frac{b_k}{b_r} \right) \quad \text{con } A_k = \frac{\lambda_k}{\mu_k}$$

$$I_d(A_t) = \frac{\sum_{k=1}^K A_k \left( \frac{b_k}{b_r} \right)^2}{\sum_{k=1}^K A_k \left( \frac{b_k}{b_r} \right)}$$

$$A_e^0 = \frac{A_t}{I_d}$$

$$p_L = B(x, A_e^0)$$

$$C = x \cdot I_d \cdot b_r$$

# El modelo de la mochila estocástica (9/9)

## Ejemplo

enlace de una red NGN	nº de usuarios 100			
	1	2	3	4
<b>k</b>	1	2	3	4
<b>nombre</b>	voz G.711	streaming	datos	best effort
<b>BW kbps</b>	95	750	450	250
<b>alfa [BHCA]</b>	2	0.2	0.1	0.3
<b>ts [min]</b>	3	12	15	30
<b>lamda [BHCA]</b>	200	20	10	30
<b>BH trafico A</b>	10	4	2.5	15

<b>k</b>	<b>At</b>	<b>ld</b>	<b>x</b>	<b>BWt</b>
1	92.8947	4.5135	30.4261	13046.1444
2	11.7667	0.5717	30.4261	13046.1444
3	19.6111	4.5135	30.4261	13046.1444
4	35.3000	1.7151	30.4261	13046.1444

# Redes de conmutación de circuitos (1/6)

## Encaminamiento de tráfico

- El modelo de una red de conmutación de circuitos es un grafo
  - Nodos del grafo: conmutadores
  - Enlaces del grafo (bidireccionales): enlaces digitales (grupos E1, DS1)
- Un grupo de circuitos (trunk) se corresponde con un enlace lógico y el conjunto de nodos/enlaces lógicos se puede ver como la estructura de red lógica
- El encaminamiento determina la estrategia para establecer la ruta origen/destino, con la ocupación correspondiente
  - Encaminamiento directo (DR)
  - Encaminamiento jerárquico (HR)
  - Encaminamiento dinámico no jerárquico (DNHR)



# Redes de conmutación de circuitos (2/6)

## Encaminamiento directo

- Características
  - El tráfico  $A_{ij}$  se encamina directamente en un grupo de circuitos entre los conmutadores origen/destino sin pasar por un conmutador intermedio
  - Con enlaces bidireccionales (habitual) se tiene que tener en cuenta el tráfico en ambos sentidos para dimensionar el grupo de circuitos (fórmula de ErlangB)
- Ventajas
  - No son necesarios conmutadores intermedios con capacidad de tránsito
  - El establecimiento del circuito (señalización) es muy sencillo
- Desventajas
  - Utilización reducida de los circuitos (especialmente si el tráfico es bajo)
  - Poca fiabilidad (no existencia de rutas alternativas)
  - La red lógica es una malla
- Aplicaciones
  - Redes privadas corporativas con y sin desbordamiento a redes públicas

## Redes de conmutación de circuitos (3/6) Encaminamiento jerárquico (1/2)

- Los nodos de conmutación se dividen en dos (o más) niveles
- Los nodos del nivel inferior son asignados a un (a veces dos) nodo(s) del nivel superior
- Se establece un enlace entre ellos (niveles inferior/superior) con una pérdida baja
- Entre los nodos del nivel superior se lleva a cabo DR o DNHR y los enlaces lógicos forman una malla
- Enlaces directos adicionales
  - Se puede utilizar un enlace directo entre conmutadores del nivel inferior cuando el tráfico entre ellos supera un cierto umbral, que depende de factores económicos y técnicos
  - También se puede establecer un enlace directo entre un nodo del nivel inferior y otro del superior (diferente al que se le asignó inicialmente)

- **Ventajas**
  - Si los umbrales son los adecuados se puede conseguir un incremento notable en el grado de ocupación
  - Fiabilidad, hay rutas alternativas si un enlace directo deja de estar disponible
- **Desventajas**
  - Es necesario disponer de conmutadores intermedios con capacidad de tránsito
  - El establecimiento de los circuitos con mensajes de señalización es más “complejo” (aunque la búsqueda se lleva a cabo según el esquema fijado por la jerarquía de la red)
- **Aplicaciones**
  - En grandes redes públicas nacionales

- Motivación
  - En el esquema jerárquico, los enlaces entre los conmutadores del nivel superior siguen un encaminamiento directo
  - Si se produjera una sobrecarga o una avería, la pérdida podría aumentar de manera no tolerable
  - El esquema DNH permite distribuir de manera equilibrada el tráfico entre todos los enlaces
- Características
  - El punto de partida es una red formada por N conmutadores conectados según una malla
  - Cada enlace lógico se dimensiona con una probabilidad de desbordamiento dada
  - El tráfico desbordado se distribuye de manera equilibrada ente los N-2 caminos *tandem*

# Redes de conmutación de circuitos (6/6)

## Encaminamiento dinámico no jerárquico (2/2)

- Ventajas
  - En el caso de que se produjera un incremento imprevisto de tráfico o una avería, el tráfico se distribuiría entre el resto de enlaces de manera equilibrada
  - Cuando el número de nodos es elevado, la sobrecarga de tráfico no ocasiona un deterioro apreciable del GoS
  - La red es más robusta ante posibles averías
- Desventajas
  - Sistema de señalización más complejo
  - Cuando hay varias alternativas se pueden producir inestabilidades y oscilación en la distribución de tráfico (problema de *round about*)
  - Se produce un incremento de tráfico frente al encaminamiento directo
- Aplicaciones
  - Grandes redes públicas internacionales
  - Parte dorsal de redes públicas nacionales